

Buku_Modifikasi_Regresi_Spasial_2021.pdf

by

Submission date: 15-Jul-2022 01:45PM (UTC+0700)

Submission ID: 1870776289

File name: Buku_Modifikasi_Regresi_Spasial_2021.pdf (2.57M)

Word count: 20030

Character count: 109326

MODIFIKASI MODEL REGRESI SPASIAL

Buku ini merupakan salah satu referensi yang digunakan sebagai bahan ajar dalam mata kuliah "Statistika Spasial". Buku ini membantu pembaca dalam memahami konsep dasar dan komputasi dari model-model regresi spasial yang telah dimodifikasi. Model-model tersebut khususnya dimodifikasi untuk mengakomodasi adanya outlier sebagai upaya untuk perbaikan model. Buku ini akan membahas secara lebih detail tentang cara mendeteksi outlier dan model modifikasinya yang meliputi, estimasi parameter, inferensi model, deteksi outlier, modifikasi model, dan komputasinya menggunakan software R. Metode deteksi outlier pada buku ini menggunakan metode Mean-Shift Outlier Model (MSOM) dan Variance-Weight Outlier Model (VWOM). Sedangkan model regresi spasial yang dibahas dalam buku ini meliputi Model Spasial Cross Regressive (SCR), Spatial Autoregressive (SAR), dan Spatial Durbin Model (SDM), Spatial Error Model (SEM), Spatial Durbin Error Model (SDEM), dan Spatial Autoregressive Combined (SAC). Untuk mengurangi pengaruh adanya outlier dalam buku ini akan dibahas tentang model Modified Spatial Regression berdasarkan metode MSOM. Dalam penyajiannya, buku ini dilengkapi dengan aplikasi paket R-Shiny Web Application yang berbasis Graphical User Interface untuk mempermudah dalam analisis data spasial baik dalam deteksi outlier maupun dalam melakukan modifikasi model regresi spasial.



ISBN 978-623-612430-1
9 786236 124301
WADE GROUP
BUATBUK.COM

Hasbi Yasin
Budi Warsito
Arief Rachman Hakim

MODIFIKASI MODEL REGRESI SPASIAL

MODIFIKASI MODEL REGRESI SPASIAL

Hasbi Yasin | Budi Warsito | Arief Rachman Hakim



¹**MODIFIKASI MODEL REGRESI SPASIAL**

Hasbi Yasin
Budi Warsito
Arief Rachman Hakim

Sanksi Pelanggaran Pasal 72
Undang-undang Nomor 19 Tahun 2002
Tentang Hak Cipta:

1. Setiap orang yang dengan atau tanpa hak melakukan pelanggaran terhadap hak ekonomi yang sebagaimana dimaksud dalam pasal 9 ayat (1) huruf i untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan ancaman pidana penjara paling lama 1 (satu) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp. 100.000.000 (seratus juta rupiah)
2. Setiap orang yang dengan tanpa hak dan/atau tanpa izin Pencipta atau pemegang Hak Cipta melakukan pelanggaran hak ekonomi Pencipta sebagaimana dimaksud dalam pasal 9 ayat (1) huruf c, huruf d, huruf f, dan/atau huruf h untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 3 (tiga) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp. 500.000.000 (lima ratus juta rupiah).
3. Setiap orang dengan tanpa hak dan/atau tanpa izin Pencipta atau Pemegang Hak Cipta melakukan pelanggaran hak ekonomi Pencipta sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf a, huruf b, huruf e, dan/atau huruf g untuk penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama (empat) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp. 1. 000. 000.000 (satu miliar rupiah).
4. Setiap orang memenuhi unsur sebagaimana dimaksud ayat (3) yang dilakukan dalam bentuk pembajakan, dipidana dengan pidana penjara paling lama 10 (sepuluh) tahun dan/ atau pidana denda paling banyak Rp.4.000.000.000 (empat miliar rupiah)

MODIFIKASI MODEL REGRESI SPASIAL



MODIFIKASI MODEL REGRESI SPASIAL

© Hasbi Yasin; Budi Warsito; Arief Rachman Hakim

¹
Editor : Team WADE Publish

Layout : Team WADE Publish

Design Cover : Team WADE Publish

Sumber Gambar: <https://www.freepik.com/>

Diterbitkan oleh:



Jln. Pos Barat Km. 1 Melikan Ngimput Purwosari

Babadan Ponorogo Jawa Timur Indonesia 63491

Website : BuatBuku.com

Email : redaksi@buatbuku.com

Phone : 0821 3954 7339

Anggota IKAPI 182/JTI/2017

Cetakan Pertama, Agustus 2021

ISBN: 978-623-6243-09-1

Hak Cipta dilindungi undang-undang.

Dilarang memperbanyak atau memindahkan sebagian atau seluruh isi buku ini dalam bentuk apapun, baik secara elektronis maupun mekanis, termasuk memfotocopy, merekam atau dengan sistem penyimpanan lainnya, tanpa seizin tertulis dari Penerbit.

Perpustakaan Nasional: Katalog Dalam Terbitan (KDT)

Viii+138 hlm; 15,5x23 cm



KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Allah SWT kami panjatkan, berkat rahmat dan karunia-Nya penulis dapat menyelesaikan buku ini. Tak lupa semoga shalawat serta salam senantiasa tercurah kepada junjungan kita Nabi Muhammad SAW sebagai uswatun hasanah, suri tauladan yang baik.

Buku ini secara spesifik akan mengulas metode statistika spasial khususnya pengembangan metode regresi spasial dalam mengakomodasi adanya outlier. Seperti diketahui bahwa regresi spasial adalah metode regresi yang diaplikasikan pada data spasial. Buku ini secara khusus membahas teori tentang deteksi outlier dengan menggunakan metode *Mean-Shift Outlier Model* (MSOM) dan *Variance-Weight Outlier Model* (VWOM) pada regresi spasial dengan pendekatan pembobotan area (persinggungan antar wilayah) meliputi model-model SCR, SAR, SDM, SEM, SDEM dan SAC. Kemudian untuk memperbaiki model yang terindikasi mengandung outlier dalam buku ini dibahas regresi spasial bagaimana cara modifikasi model regresi spasial dengan pendekatan MSOM. Untuk memperjelas langkah komputasi dan pengolahan datanya, penulis menggunakan Bahasa pemrograman R disertai dengan contoh sintaks dan outputnya. Buku ini juga disertai dengan pembahasan tentang pembuatan *R-Shiny Web Application* untuk membantu pengolahan data berbasis aplikasi antar muka yang *user friendly*. Pembaca bisa mempelajari secara rinci pada bab yang telah tersedia agar mudah digunakan pada analisis data spasial lainnya. Buku ini merupakan salah satu buku ajar untuk mata kuliah “Statistika Spasial”.

Atas terselesaikannya buku ini, Penulis ingin mengucapkan terima kasih yang tulus kepada mereka yang selalu memberikan support dan juga do’a:

1. Istriku tercinta, Ulfa Mazidah, dan anak-anakku tersayang: Ilmi, Fakhri dan Khaila yang selalu memberikan semangat dan kebahagiaan,
2. Segenap Pimpinan dan Staff Pengajar di Departemen Statistika Undip atas inspirasi, motivasi dan kerja samanya,
3. Direktorat Riset dan Pengabdian Masyarakat (DRPM), Deputi Bidang Penguatan Riset dan Pengembangan Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset dan Teknologi/Badan Riset dan Inovasi Nasional (BRIN) atas bantuan pendanaan melalui skema hibah Penelitian Dasar Unggulan Perguruan Tinggi (PDUPT) Tahun Anggaran 2021, sesuai dengan Surat Perjanjian Pelaksanaan Nomor: 225-92/UN7.6.1/PP/2021.

Masukan dan umpan balik dari pembaca sangat diharapkan untuk perbaikan isi buku ini. Semua korespondensi dapat dilakukan dengan email hasbiyasin@live.undip.ac.id. Semoga buku ini bermanfaat khususnya bagi perkembangan aplikasi statistika spasial dan para pembaca pada umumnya.

Pekalongan, 22 Juli 2021


Hasbi Yasin

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	v
DAFTAR ISI	vii
BAB 1 MEAN SHIFT OUTLIER MODEL (MSOM)	1
1.1. Konsep Dasar MSOM	1
1.2. MSOM pada Model Spatial Cross Regressive (SCR)	8
1.3. MSOM pada Model Spatial Autoregressive (SAR)	13
1.4. MSOM pada Model Spatial Error Model (SEM)	18
1.5. MSOM pada Model Spatial Autoregressive Combined (SAC)	23
1.6. Aplikasi MSOM Pada Data Spasial	27
BAB 2 VARIANCE WEIGHT OUTLIER MODEL (VSOM)	35
2.1. Konsep Dasar VWOM	35
2.2. VWOM pada Model Spatial Cross Regressive (SCR)	38
2.3. VWOM pada Model Spatial Autoregressive (SAR)	41
2.4. VWOM pada Model Spatial Error Model (SEM)	45
2.5. VWOM pada Model Spatial Autoregressive Combined (SAC)	50
2.6. Aplikasi VSOM Pada Data Spasial	55
BAB 3 MODIFIKASI MODEL REGRESI SPASIAL	63
3.1. Modifikasi Model Regresi Spasial dengan Metode Mean Shift Outlier Model (MSOM)	63
3.1.1. Modifikasi Model SCR	64
3.1.2. Modifikasi Model SAR	65
3.1.3. Modifikasi Model SDM	66
3.1.4. Modifikasi Model SEM	67
3.1.5. Modifikasi Model SDEM	68
3.1.6. Modifikasi Model SAC	69
3.2. Aplikasi R Modifikasi Regresi Spasial dengan Metode MSOM	70
BAB 4 APLIKASI R-SHINY MODIFIKASI MODEL REGRESI SPASIAL	81
4.1. Pengantar R-Shiny Web Application	81
4.2. R-Shiny untuk Modifikasi Model Regresi Spasial	84
4.3. Petunjuk Penggunaan Aplikasi R-Shiny Modified Spatial Regression Model	117
1. Home	117

2. Input Data	117
3. Input Weight	118
4. Description.....	120
5. Identification	121
6. Outlier Detection.....	122
7. Modified Model	123
8. References	126
4.4. Aplikasi R-Shiny Modified Spatial Regression Model pada Data AHH Jawa Tengah.....	126
DAFTAR PUSTAKA.....	131
LAMPIRAN	133
BIOGRAFI PENULIS.....	135

BAB 1

MEAN SHIFT OUTLIER MODEL (MSOM)

1.1. Konsep Dasar MSOM

Pencilan adalah pengamatan yang tampak berbeda dengan pengamatan lainnya pada sekumpulan data yang ada (Barnett dan Lewis 1994, Beckman dan Cook 1983). Menurut Draper dan Smith (1998), menolak begitu saja akan kehadiran pencilan bukan merupakan langkah yang bijaksana. Terkadang pencilan memberikan informasi yang tidak bisa diberikan oleh titik data lainnya. Sebab bila pencilan timbul bukan akibat dari kesalahan mencatat amatan atau kesalahan ketika menyiapkan peralatan, maka pencilan tidak dapat dihapuskan begitu saja dan penyelidikan yang seksama harus dilakukan. Terlebih dalam analisis spasial, menghilangkan begitu saja suatu pencilan dapat mengakibatkan perubahan komposisi efek spasial pada data. Pencilan dalam kumpulan data memiliki pengaruh potensial pada inferensi statistik dan dapat memberikan beberapa informasi yang berguna di balik kumpulan data, metodologi untuk deteksi dan akomodasi outlier selalu menjadi topik penting dalam analisis data (Beckman dan Cook 1983).

Secara statistik, observasi data spasial yang saling berkorelasi spasial berbeda dengan observasi data independen. Misalnya, besarnya nilai data dari satu pengamatan mungkin ditentukan oleh lingkungan/tetangga mereka. Berdasarkan korelasi spasial yang kuat ini, beberapa penulis menyarankan beberapa metode atau algoritma untuk mendeteksi outlier dalam data spasial (Haslett *et al.* 1991; Cerioli dan Riani 1999; Shekhar *et*

al. 2003 dan referensi di dalamnya). Metode estimasi yang kuat untuk menangani outlier dalam data juga telah diusulkan (lihat Genton 1998, 2001; Militino *et al.*, 2003). Dalam analisis data spasial, umumnya model regresi spasial, termasuk model *Spatial Autoregressive* (SAR) dan *Spatial Error Model* (SEM) sebagai kasus khusus, telah banyak diterapkan di bidang ekonomi, demografi, geografi dan bidang ilmiah lainnya (LeSage 1999; Anselin 1988; LeSage dan Pace 2009). Namun, karena korelasi spasial yang kuat di antara pengamatan, metode deteksi untuk outlier tentunya berbeda bila dibandingkan dengan cara data statistik biasanya. Selain itu, dalam banyak aplikasi nyata, outlier yang terdeteksi dibuang begitu saja tanpa mengambil informasi baru yang mungkin diberikan oleh outlier tersebut sebagai pertimbangan. Ini akan menyebabkan hilangnya informasi yang disediakan oleh kumpulan data tersebut dan mungkin justru akan memberikan kesimpulan yang menyesatkan. Oleh karena itu diperlukan metode yang tepat untuk mendeteksi adanya outlier dan mengakomodasinya dalam model regresi spasial yang diharapkan mampu memperbaiki kinerja model regresi spasial secara umum. Dalam buku ini akan digunakan metode *Mean-Shift Outlier Model* (MSOM) dan *Variance-Weight Outlier Model* (VWOM) dalam mendeteksi pengamatan yang berpotensi sebagai outlier secara individu pada model regresi spasial secara umum (Dai *et al.*, 2016).

Regresi spasial adalah metode regresi yang digunakan untuk tipe data spasial atau data yang memiliki efek lokasi (*spatial effect*). Efek lokasi (*spatial effect*) terdiri dari dua jenis yaitu dependensi spasial dan heterogenitas spasial. Dependensi spasial dapat diartikan bahwa pengamatan pada lokasi i bergantung pada pengamatan lain di lokasi j , $j \neq i$. Sedangkan heterogenitas spasial terjadi akibat adanya efek lokasi random, yaitu perbedaan antara satu lokasi dengan lokasi lainnya. Dasar berkembangnya metode regresi spasial adalah metode regresi linier klasik (regresi linier berganda). Pengembangan itu berdasarkan adanya pengaruh tempat atau spasial pada data yang dianalisis. Menurut Tobler

pada tahun 1979 mengungkapkan di dalam Hukum Geografi pertama, bahwa segala sesuatu saling berhubungan satu dengan yang lainnya, tetapi sesuatu yang dekat lebih mempunyai pengaruh daripada sesuatu yang jauh (Anselin, 1988)

Menurut LeSage (1999) menjelaskan bahwa model umum regresi spasial dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\mathbf{y} = \rho \mathbf{W}_1 \mathbf{y} + \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{u} \quad (1.1)$$

$$\mathbf{u} = \lambda \mathbf{W}_2 \mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon} \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I})$$

dengan:

$\mathbf{y}$ = vektor variabel respon berukuran $n \times 1$

ρ = koefisien parameter spasial lag dari variabel respon

$\mathbf{W}_1$ = matriks pembobot spasial lag yang berukuran $n \times n$

$\mathbf{W}_2$ = matriks pembobot spasial error yang berukuran $n \times n$

$\mathbf{X}$ = matriks variabel prediktor berukuran $n \times (p+1)$

$\boldsymbol{\beta}$ = vektor koefisien parameter regresi berukuran $(p+1) \times 1$

λ = koefisien parameter spasial error

$\mathbf{u}$ = vektor error yang mempunyai efek spasial dengan ukuran $n \times 1$

$\boldsymbol{\varepsilon}$ = vektor error dengan ukuran $n \times 1$

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np} \end{pmatrix}, \boldsymbol{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{pmatrix}, \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$$

Dalam Anselin (1988), dari persamaan model umum regresi spasial, persamaan (1.1) dapat dibentuk beberapa model lain sebagai berikut:

1. Jika $\rho=0$ dan $\lambda=0$ maka disebut model regresi linier klasik dengan persamaan yang terbentuk adalah:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (1.2)$$

3

2. Jika $\rho \neq 0$ dan $\lambda = 0$ disebut regresi *Spatial Autoregressive Model* (SAR) dengan persamaan yang terbentuk adalah:

$$\mathbf{y} = \rho \mathbf{W}_1 \mathbf{y} + \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (1.3)$$

3

3. Jika $\rho = 0$ dan $\lambda \neq 0$ disebut regresi *Spatial Error Model* (SEM) dengan persamaan yang terbentuk adalah:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u} \quad (1.4)$$

$$\mathbf{u} = \lambda \mathbf{W}_2 \mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

4. Jika $\rho \neq 0$ dan $\lambda \neq 0$ disebut *Spatial Autoregressive Combined* (SAC) dengan persamaan yang terbentuk adalah:

$$\mathbf{y} = \rho \mathbf{W}_1 \mathbf{y} + \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u} \quad (1.5)$$

$$\mathbf{u} = \lambda \mathbf{W}_2 \mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

Berdasarkan Persamaan (1.1) maka variabel respon akan memiliki distribusi Normal yaitu:

$$\mathbf{y} \sim N\left(\mathbf{A}^{-1}\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}, \sigma^2 \left(\mathbf{A}^T \mathbf{B}^T \mathbf{B} \mathbf{A}\right)^{-1}\right) \quad (1.6)$$

dengan $\mathbf{A} = (\mathbf{I} - \rho \mathbf{W}_1)$ dan $\mathbf{B} = (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W}_2)$. Fungsi Likelihoodnya adalah sbb:

$$L_y = -\frac{n}{2} \ln \sigma^2 + \ln |\mathbf{A}| + \ln |\mathbf{B}| - \frac{1}{2\sigma^2} \mathbf{e}^T \mathbf{B}^T \mathbf{B} \mathbf{e}$$

dengan $\mathbf{e} = \mathbf{A}\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$. Dengan menurunkan fungsi L_y secara parsial terhadap masing-masing parameter ρ, λ, σ dan $\boldsymbol{\beta}$, kemudian menyamadengankan nol maka akan diperoleh persamaan berikut:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \mathbf{e}^T \mathbf{B}^T \mathbf{B} \mathbf{e}, \quad \sigma^2 \text{tr}(\mathbf{A}^{-1} \mathbf{W}_1) = \mathbf{e}^T \mathbf{B}^T \mathbf{B} \mathbf{W}_1 \mathbf{y}$$

$$\boldsymbol{\beta} = (\mathbf{X}^T \mathbf{B}^T \mathbf{B} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{B}^T \mathbf{B} \mathbf{A} \mathbf{y}, \quad \sigma^2 \text{tr}(\mathbf{B}^{-1} \mathbf{W}_2) = \mathbf{e}^T \mathbf{B}^T \mathbf{W}_2 \mathbf{y}$$

Estimator parameter ρ, λ, σ dan $\boldsymbol{\beta}$ diperoleh secara iteratif seperti pada LeSage (1999).

Persamaan (1.1) dapat ditulis juga sebagai berikut:

$$\mathbf{Ay} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{B}^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}$$

Hal ini berarti bahwa $\mathbf{e} = \mathbf{Ay} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{V}^{-1})$ karena $\text{cov}(\mathbf{u}) = \sigma^2 \mathbf{V}^{-1}$ dengan $\mathbf{V} = \mathbf{B}^T \mathbf{B}$. Dengan metode Maximum Likelihood Estimator (MLE) diperoleh estimator untuk parameter pada persamaan (1.1) adalah:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}} \mathbf{Ay}$$

$$\hat{\mathbf{e}} = \mathbf{Ay} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \hat{\mathbf{V}}^{-1} (\hat{\mathbf{V}} - \hat{\mathbf{P}}) \mathbf{Ay} = \hat{\mathbf{V}}^{-1} \hat{\mathbf{Q}} \mathbf{Ay}$$

dengan $\hat{\mathbf{Q}} = (\hat{\mathbf{V}} - \hat{\mathbf{P}})$, $\hat{\mathbf{P}} = \hat{\mathbf{V}} \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}}$, $\hat{\mathbf{V}} = \hat{\mathbf{B}}^T \hat{\mathbf{B}}$, $\hat{\mathbf{A}} = (\mathbf{I} - \hat{\rho} \mathbf{W}_1)$ dan $\hat{\mathbf{B}} = (\mathbf{I} - \hat{\lambda} \mathbf{W}_2)$.

Jika model regresi spasial secara umum pada persamaan (1.1) dapat dipandang sebagai model linier secara umum dengan error terkorelasi dalam artian bahwa $\mathbf{Ay}$ diregresikan terhadap $\mathbf{X}$ dengan $\text{cov}(\mathbf{Ay}) = \sigma^2 \mathbf{V}^{-1}$, maka studentized residual pada model regresi spasial dapat ditulis sbb:

$$t_i = \frac{e_i^*}{\hat{\sigma} \sqrt{1 - \hat{p}_{ii} / \hat{v}_{ii}}}$$

dengan $e_i^* = \frac{\hat{r}_i}{\sqrt{\hat{v}_{ii}}}$, $\hat{r}_i$ adalah elemen ke-i dari vektor $\hat{\mathbf{r}} = \hat{\mathbf{V}} \hat{\mathbf{e}}$, $\hat{p}_{ii}$

dan $\hat{v}_{ii}$ masing-masing adalah elemen diagonal ke-i dari matriks $\hat{\mathbf{P}}$ dan $\hat{\mathbf{V}}$.

Untuk mempermudah, dalam prakteknya biasanya dapat digunakan matriks pembobot yang sama baik untuk spasial lag maupun spasial error, sehingga $\mathbf{W}_1 = \mathbf{W}_2 = \mathbf{W}$.

Misalkan a adalah indeks dari bagian seluruh observasi yang dianggap sebagai outlier dalam model regresi spasial. Untuk mengujinya apakah sebagian pengamatan tersebut merupakan outlier atau bukan, maka didefinisikan MSOM sebagai berikut (Dai *et al.*, 2016):

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \rho \mathbf{W}_1 \mathbf{y} + \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{D}_a \boldsymbol{\delta} + \mathbf{u} \\ \mathbf{u} &= \lambda \mathbf{W}_2 \mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon} \end{aligned} \quad (1.7)$$

dengan $\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I})$,

$\boldsymbol{\delta}$: vektor parameter berukuran $m \times 1$,

$a = \{i_1, \dots, i_m\} (m < n)$

$\mathbf{D}_a = \{\mathbf{d}_{i_1}, \dots, \mathbf{d}_{i_m}\}$: matriks berukuran $m \times n$

$\mathbf{d}_{i_k}$ adalah vektor berukuran $n \times 1$ dengan elemen ke- i sama dengan 1, sedangkan sisanya sama dengan 0, $k = 1, 2, \dots, m$. Sedangkan matriks dan vektor lainnya sama seperti pada persamaan (1.1). $\mathbf{D}_a$ dapat dianggap sebagai matriks indikator untuk pengamatan yang diindeks oleh a . Oleh karena itu, hal ini menunjukkan bahwa untuk mendeteksi beberapa outlier dalam persamaan (1.7) sama halnya dengan melakukan uji hipotesis pada signifikansi parameter $\boldsymbol{\delta}$.

Hipotesis:

$H_0: \boldsymbol{\delta} = \mathbf{0}$

$H_1: \boldsymbol{\delta} \neq \mathbf{0}$

Statistik Uji:

$$SC_a^M = \hat{\mathbf{r}}_a^T \left(\hat{\mathbf{Q}}_{aa} - \hat{\mathbf{K}}^{-1} \hat{\mathbf{b}}_a \hat{\mathbf{b}}_a^T \right)^{-1} \hat{\mathbf{r}}_a / \hat{\sigma}^2 \quad (1.8)$$

Dengan: $\hat{\mathbf{r}}_a$ adalah sub-vektor dari $\hat{\mathbf{r}}$ dengan indeks a , $\hat{\mathbf{r}} = \hat{\mathbf{V}} \hat{\mathbf{e}}$

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{b}}_a & \text{ adalah sub-vektor dari } \hat{\mathbf{b}} \text{ dengan indeks } a, \hat{\mathbf{b}} = \hat{\mathbf{Q}}\hat{\boldsymbol{\eta}} \\
\hat{\boldsymbol{\eta}} & = \mathbf{W}_1\hat{\mathbf{A}}^{-1}\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} \\
\hat{\mathbf{Q}}_{aa} & \text{ adalah matriks blok diagonal dari } \hat{\mathbf{Q}} \text{ dengan indeks} \\
& a, \hat{\mathbf{Q}} = (\hat{\mathbf{V}} - \hat{\mathbf{P}}), \\
\hat{\mathbf{C}}_1 & = \hat{\mathbf{B}}\mathbf{W}_1\hat{\mathbf{A}}^{-1}\hat{\mathbf{B}}^{-1}, \hat{\mathbf{C}}_2 = \mathbf{W}_2\hat{\mathbf{B}}^{-1} \\
\hat{\mathbf{K}} & = \hat{\sigma}^2\hat{\mathbf{C}}_{11} + \hat{\boldsymbol{\eta}}^T\hat{\mathbf{Q}}\hat{\boldsymbol{\eta}} - \hat{\sigma}^2 \frac{(n\hat{\mathbf{C}}_{12}^2 - 4\hat{\mathbf{C}}_1\hat{\mathbf{C}}_2\hat{\mathbf{C}}_{12} + 2\hat{\mathbf{C}}_1^2\hat{\mathbf{C}}_{22})}{(n\hat{\mathbf{C}}_{22} - 2\hat{\mathbf{C}}_2^2)}, \\
\hat{c}_i & = tr(\hat{\mathbf{C}}_i), \\
\hat{c}_{ij} & = tr(\hat{\mathbf{C}}_i^T\hat{\mathbf{C}}_j + \hat{\mathbf{C}}_i\hat{\mathbf{C}}_j), \quad i, j = 1, 2.
\end{aligned}$$

Keputusan:

Tolak H_0 jika $SC_a^M > \chi_{m;(1-\alpha)}^2$, dengan $\chi_{m;(1-\alpha)}^2$ adalah quantile ke $(1 - \alpha)$ dari distribusi Chi-square dengan derajat bebas m .

Jika dalam pencarian outlier digunakan pengamatan tunggal atau $a = \{i\} (i = 1, 2, \dots, n)$, maka model MSOM pada persamaan (1.7) dapat digunakan untuk mendeteksi outlier tunggal, dan persamaanya menjadi:

$$\begin{aligned}
\mathbf{y} & = \rho\mathbf{W}_1\mathbf{y} + \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + d_i\delta + \mathbf{u} \\
\mathbf{u} & = \lambda\mathbf{W}_2\mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon}
\end{aligned} \tag{1.9}$$

dengan $\mathbf{d}_i$ adalah vektor berukuran $n \times 1$ dengan elemen ke- i sama dengan 1, sedangkan sisanya sama dengan 0 dan δ adalah sebuah skalar. Oleh karena itu, Uji Hipotesisnya menjadi sbb:

Hipotesis:

$$H_0 : \delta = 0$$

$$H_1 : \delta \neq 0$$

Statistik Uji:

$$SC_i^M = \frac{\hat{r}_i^2}{\hat{\sigma}^2 \left(\hat{q}_{ii} - \frac{\hat{b}_i^2}{\hat{\kappa}} \right)} \quad (1.10)$$

dengan $\hat{q}_{ii}$ adalah elemen diagonal ke-i dari matriks $\hat{\mathbf{Q}}$,
 $\hat{r}_i$ dan $\hat{b}_i$ adalah elemen ke-i dari vektor $\mathbf{r}$ dan $\mathbf{b}$, dan $\hat{\kappa}$
 adalah sebuah skalar.

Keputusan:

Tolak H_0 jika $SC_i^M > \chi_{1-(1-\alpha)}^2$, dengan $\chi_{1-(1-\alpha)}^2$ adalah quantile
 ke $(1-\alpha)$ dari distribusi Chi-square dengan derajat bebas 1.

1.2. MSOM pada Model Spatial Cross Regressive (SCR)

Sub Bab ini akan membahas tentang deteksi outlier untuk model SCR dengan metode MSOM. Secara khusus, SCR merupakan model regresi spasial, dimana efek spasial melekat pada variabel independen ($\mathbf{X}$). Menurut LeSage & Pace (2009) dalam hal pemodelan, variabel independen yang dipengaruhi oleh lag spasial ($\mathbf{WX}$) dapat berperan langsung dalam menentukan nilai dari variabel dependen ($\mathbf{y}$) seperti pada persamaan berikut:

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \alpha \mathbf{1} + \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{WX}\boldsymbol{\gamma} + \boldsymbol{\varepsilon} \\ &= [\mathbf{1} \quad \mathbf{X} \quad \mathbf{WX}] \begin{bmatrix} \alpha \\ \boldsymbol{\beta} \\ \boldsymbol{\gamma} \end{bmatrix} + \boldsymbol{\varepsilon} \\ &= \mathbf{Z}\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\varepsilon} \end{aligned}$$

$$\text{dengan } \mathbf{Z} = [\mathbf{1} \quad \mathbf{X} \quad \mathbf{WX}], \boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \boldsymbol{\beta} \\ \boldsymbol{\gamma} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np} \end{pmatrix} \text{ dan } \boldsymbol{\varepsilon} \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I}).$$

Berdasarkan menggunakan pendekatan MSOM, maka model SCR dapat dituliskan sebagai:

$$\mathbf{y} = \mathbf{Z}\boldsymbol{\theta} + \mathbf{D}_a \boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

Model SCR, berdasarkan persamaan regresi spasial umum, diperoleh ketika parameter $\rho = \lambda = 0$ dan $\mathbf{W}_1 = \mathbf{W}_2 = \mathbf{I}$, sehingga berakibat:

$$\hat{\mathbf{A}} = (\mathbf{I} - \hat{\rho} \mathbf{W}_1) = \mathbf{I},$$

$$\hat{\mathbf{B}} = (\mathbf{I} - \hat{\lambda} \mathbf{W}_2) = \mathbf{I},$$

$$\hat{\mathbf{V}} = \hat{\mathbf{B}}^T \hat{\mathbf{B}} = \mathbf{I}^T \mathbf{I} = \mathbf{I},$$

$$\hat{\mathbf{P}} = \hat{\mathbf{V}} \mathbf{Z} (\mathbf{Z}^T \hat{\mathbf{V}} \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \hat{\mathbf{V}} = \mathbf{I} \mathbf{Z} (\mathbf{Z}^T \mathbf{I} \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{I} = \mathbf{Z} (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T,$$

$$\hat{\mathbf{Q}} = (\hat{\mathbf{V}} - \hat{\mathbf{P}}) = (\mathbf{I} - \hat{\mathbf{P}}),$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{Z} (\mathbf{Z}^T \hat{\mathbf{V}} \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \hat{\mathbf{V}} \hat{\mathbf{A}} \mathbf{y} = \mathbf{Z} (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{y}$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{e}} &= \hat{\mathbf{V}}^{-1} \hat{\mathbf{Q}} \hat{\mathbf{A}} \mathbf{y} = \mathbf{I}^{-1} \hat{\mathbf{Q}} \mathbf{I} \mathbf{y} = \hat{\mathbf{Q}} \mathbf{y} \\ &= (\mathbf{I} - \hat{\mathbf{P}}) \mathbf{y} = (\mathbf{I} - \mathbf{Z} (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T) \mathbf{y}, \\ &= \mathbf{y} - \mathbf{Z} \hat{\boldsymbol{\theta}} \end{aligned}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \hat{\mathbf{e}}^T \hat{\mathbf{B}}^T \hat{\mathbf{B}} \hat{\mathbf{e}} = \frac{1}{n} \hat{\mathbf{e}}^T \hat{\mathbf{e}}$$

$$\hat{\mathbf{r}} = \hat{\mathbf{V}} \hat{\mathbf{e}} = \mathbf{I} \hat{\mathbf{e}} = \hat{\mathbf{e}},$$

$$\hat{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{W} \hat{\mathbf{A}}^{-1} \mathbf{Z} \hat{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{I} \mathbf{Z} \hat{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{Z} \hat{\boldsymbol{\theta}},$$

$$\hat{\mathbf{C}}_1 = \hat{\mathbf{B}} \mathbf{W} \hat{\mathbf{A}}^{-1} \hat{\mathbf{B}}^{-1} = \mathbf{I} \mathbf{W} \mathbf{I} = \mathbf{W},$$

$$\hat{\mathbf{C}}_2 = \mathbf{W} \hat{\mathbf{B}}^{-1} = \mathbf{W} \mathbf{I} = \mathbf{W}$$

maka $\hat{\mathbf{C}}_1 = \hat{\mathbf{C}}_2 = \mathbf{W} = \mathbf{I}$,

$$\hat{c}_i = \text{tr}(\hat{\mathbf{C}}_i) = \text{tr}(\mathbf{I}) = n,$$

$$\hat{c}_{ij} = \text{tr}(\hat{\mathbf{C}}_i^T \hat{\mathbf{C}}_j + \hat{\mathbf{C}}_i \hat{\mathbf{C}}_j), \quad i, j = 1, 2$$

$$= \text{tr}(\mathbf{I}^T \mathbf{I} + \mathbf{I}) = \text{tr}(\mathbf{I} + \mathbf{I}) = 2\text{tr}(\mathbf{I}) = 2n,$$

$$\begin{aligned} \hat{\kappa} &= \hat{\sigma}^2 \hat{c}_{11} + \hat{\boldsymbol{\eta}}^T \hat{\mathbf{Q}} \hat{\boldsymbol{\eta}} - \hat{\sigma}^2 \frac{(n\hat{c}_{12}^2 - 4\hat{c}_1 \hat{c}_2 \hat{c}_{12} + 2\hat{c}_1^2 \hat{c}_{22})}{(n\hat{c}_{22} - 2\hat{c}_2^2)} \\ &= 2n\hat{\sigma}^2 + \hat{\boldsymbol{\eta}}^T \hat{\mathbf{Q}} \hat{\boldsymbol{\eta}} - \hat{\sigma}^2 \frac{(n(2n)^2 - 4nn(2n) + 2n^2(2n))}{(n(2n) - 2n^2)} \\ &= 2n\hat{\sigma}^2 + \hat{\boldsymbol{\eta}}^T \hat{\mathbf{Q}} \hat{\boldsymbol{\eta}} \end{aligned}$$

dan Statistik Uji nya menjadi:

$$\begin{aligned} SC_i^{SCR} &= \frac{\hat{r}_i^2}{\hat{\sigma}^2 \left((\hat{v}_{ii} - \hat{p}_{ii}) - \hat{b}_i^2 / \hat{\kappa} \right)} \\ &= \frac{\hat{e}_i^2}{\hat{\sigma}^2 \left(\hat{q}_{ii} - \hat{b}_i^2 / \hat{\kappa} \right)} \end{aligned}$$

Secara detail prosedur untuk mendeteksi ada/tidaknya pengamatan yang berpotensi sebagai outlier dapat digunakan algoritme berikut:

Algoritme 1.1: Algoritme Deteksi Outlier MSOM-SCR

Input:

Data Penelitian : $\{\mathbf{y}; \mathbf{Z}\}$

Output:

1. Estimasi parameter model SCR dengan metode OLS
-

sehingga diperoleh:

$$\hat{\theta} = Z(Z^T Z)^{-1} Z^T y,$$

$$\hat{e} = y - Z\hat{\theta}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \hat{e}^T \hat{e}$$

2. **Hitung:**

$$\hat{\eta} = Z\hat{\theta},$$

$$\hat{P} = Z(Z^T Z)^{-1} Z^T,$$

$$\hat{Q} = (I - \hat{P}),$$

$$\hat{b} = \hat{Q}\hat{\eta},$$

$$\hat{\kappa} = 2n\hat{\sigma}^2 + \hat{\eta}^T \hat{Q}\hat{\eta}$$

3. **Hitung Statistik Uji:**

Hitung nilai Statistik Uji SC untuk setiap pengamatan ke-i

$$SC_i^{SCR} = \frac{\hat{e}_i^2}{\hat{\sigma}^2 \left(q_{ii} - \frac{\hat{b}_i^2}{\hat{\kappa}} \right)}$$

4. **Hitung:**

$$Sig. = P[SC_i^{SCR} > \chi_1^2]$$

5. **Simpan:** $[SC_i^{SCR} \quad Sig.]$

Berdasarkan Algoritme 1.1, maka sintaks R untuk deteksi outlier metode MSOM untuk model SCR adalah sbb:

Sintaks 1.1: Deteksi Outlier MSOM-SCR

```
MSOM.SCR=function(y,Z,alpha)
{
  n = length(y)
```

```

In = diag(rep(1,n))
bo= rep(1,n)
Z = cbind(bo,Z)
Z = as.matrix(Z)

theta = (solve(t(Z)%*%Z))%*%t(Z)%*%y #Coefficient
e = y - Z%*%theta
s2 = (1/n)*(t(e)%*%e)

eta = Z%*%theta
P = Z%*%(solve(t(Z)%*%Z))%*%t(Z)
Q = In - P
k = 2*n*s2 + t(eta)%*%Q%*%eta
b = Q%*%eta

#Score Statistic
k = as.numeric(k)
s2 = as.numeric(s2)
q = as.matrix(diag(Q))
SC = e^2/(s2*(q-b^2/k))
p_value = 1-pchisq(SC,df=1)
ind = which(p_value < alpha)
n.outlier=length(ind)

#Save Output
res=cbind(y,e,SC,p_value)
res = round(res,digits=6)
colnames(res) = c("Respon","Residual","SC","Sig.")

return(list(result=res, n.outlier=n.outlier,ind.outlier=ind,
alpha=alpha))
}

```

1.3. MSOM pada Model Spatial Autoregressive (SAR)

Sub Bab ini akan membahas tentang deteksi outlier untuk model SAR dengan metode MSOM. *Spatial Autoregressive Model (SAR)* disebut juga *Spatial Lag Model (SLM)* adalah salah satu model spasial dengan pendekatan area dengan memperhitungkan pengaruh spasial lag pada variabel dependen saja. Model ini dinamakan juga *Mixed Regressive-Autoregressive* karena mengkombinasikan model regresi biasa dengan model regresi spasial lag pada variabel dependen (Anselin, 1988). Secara matematis model SAR dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\mathbf{y} = \rho \mathbf{W}_1 \mathbf{y} + \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon} \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I})$$

dengan menggunakan pendekatan MSOM, maka model SAR dapat dituliskan sebagai:

$$\mathbf{y} = \rho \mathbf{W}_1 \mathbf{y} + \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{D}_a \boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

Model SAR, berdasarkan persamaan regresi spasial umum, diperoleh ketika parameter $\lambda = 0$, $\mathbf{W}_1 = \mathbf{W}$ dan $\mathbf{W}_2 = \mathbf{I}$, sehingga berakibat:

$$\hat{\mathbf{A}} = (\mathbf{I} - \hat{\rho} \mathbf{W}),$$

$$\hat{\mathbf{B}} = (\mathbf{I} - \hat{\lambda} \mathbf{W}) = \mathbf{I},$$

$$\hat{\mathbf{V}} = \hat{\mathbf{B}}^T \hat{\mathbf{B}} = \mathbf{I}^T \mathbf{I} = \mathbf{I},$$

$$\hat{\mathbf{P}} = \hat{\mathbf{V}} \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}} = \mathbf{I} \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{I} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{I} = \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T,$$

$$\hat{\mathbf{Q}} = (\hat{\mathbf{V}} - \hat{\mathbf{P}}) = (\mathbf{I} - \hat{\mathbf{P}}),$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}} \hat{\mathbf{A}} \mathbf{y} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \hat{\mathbf{A}} \mathbf{y}$$

$$\hat{\mathbf{e}} = \hat{\mathbf{V}}^{-1} \hat{\mathbf{Q}} \hat{\mathbf{A}} \mathbf{y} = \mathbf{I}^{-1} \hat{\mathbf{Q}} \hat{\mathbf{A}} \mathbf{y} = \hat{\mathbf{Q}} \hat{\mathbf{A}} \mathbf{y},$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \hat{\mathbf{e}}^T \hat{\mathbf{B}}^T \hat{\mathbf{B}} \hat{\mathbf{e}} = \frac{1}{n} \hat{\mathbf{e}}^T \hat{\mathbf{e}},$$

$$\hat{\mathbf{r}} = \hat{\mathbf{V}} \hat{\mathbf{e}} = \mathbf{I} \hat{\mathbf{e}} = \hat{\mathbf{e}},$$

$$\begin{aligned}\hat{\eta} &= \mathbf{W}_1 \hat{\mathbf{A}}^{-1} \mathbf{X} \hat{\beta} = \mathbf{W} \hat{\mathbf{A}}^{-1} \mathbf{X} \hat{\beta}, \\ \hat{\mathbf{C}}_1 &= \hat{\mathbf{B}} \mathbf{W}_1 \hat{\mathbf{A}}^{-1} \hat{\mathbf{B}}^{-1} = \mathbf{I} \mathbf{W} \hat{\mathbf{A}}^{-1} \mathbf{I}^{-1} = \mathbf{W} \hat{\mathbf{A}}^{-1}, \\ \hat{\mathbf{C}}_2 &= \mathbf{W}_2 \hat{\mathbf{B}}^{-1} = \mathbf{I} \mathbf{I} = \mathbf{I}\end{aligned}$$

maka Statistik Uji nya menjadi:

$$\begin{aligned}SC_i^{SAR} &= \frac{\hat{r}_i^2}{\hat{\sigma}^2 \left((\hat{v}_{ii} - \hat{p}_{ii}) - \hat{b}_i^2 / \hat{\kappa} \right)} \\ &= \frac{\hat{e}_i^2}{\hat{\sigma}^2 \left(\hat{q}_{ii} - \hat{b}_i^2 / \hat{\kappa} \right)}\end{aligned}$$

Secara detail prosedur untuk mendeteksi ada/tidaknya pengamatan yang berpotensi sebagai outlier dapat digunakan algoritme berikut:

Algoritme 1.2: Algoritme Deteksi Outlier MSOM-SAR

Input:

Data Penelitian : $\{\mathbf{y}; \mathbf{X}\}$

Matriks Pembobot Spasial: $(\mathbf{W})$

Output:

1. Estimasi parameter model SAR dengan metode MLE sehingga diperoleh parameter spasial lag dependen $\hat{\rho}$
2. **Hitung:**

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{A}} &= (\mathbf{I} - \hat{\rho} \mathbf{W}), \\ \hat{\beta} &= (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \hat{\mathbf{A}} \mathbf{y}, \\ \hat{\eta} &= \mathbf{W} \hat{\mathbf{A}}^{-1} \mathbf{X} \hat{\beta}, \\ \hat{\mathbf{P}} &= \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T,\end{aligned}$$

$$\hat{\mathbf{Q}} = (\mathbf{I} - \hat{\mathbf{P}}),$$

$$\hat{\mathbf{e}} = \hat{\mathbf{Q}}\hat{\mathbf{A}}\mathbf{y},$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \hat{\mathbf{e}}^T \hat{\mathbf{e}},$$

$$\hat{\mathbf{b}} = \hat{\mathbf{Q}}\hat{\boldsymbol{\eta}},$$

$$\hat{\mathbf{C}}_1 = \mathbf{W}\hat{\mathbf{A}}^{-1},$$

$$\hat{\mathbf{C}}_2 = \mathbf{I},$$

$$\hat{c}_i = \text{tr}(\hat{\mathbf{C}}_i),$$

$$\hat{c}_{ij} = \text{tr}(\hat{\mathbf{C}}_i^T \hat{\mathbf{C}}_j + \hat{\mathbf{C}}_i \hat{\mathbf{C}}_j), \quad i, j = 1, 2.$$

$$\hat{\kappa} = \hat{\sigma}^2 \hat{c}_{11} + \hat{\boldsymbol{\eta}}^T \hat{\mathbf{Q}} \hat{\boldsymbol{\eta}} - \hat{\sigma}^2 \frac{(n\hat{c}_{12}^2 - 4\hat{c}_1\hat{c}_2\hat{c}_{12} + 2\hat{c}_1^2\hat{c}_{22})}{(n\hat{c}_{22} - 2\hat{c}_2^2)}$$

3. **Hitung Statistik Uji:**

Hitung nilai Statistik Uji SC untuk setiap pengamatan ke-i

$$SC_i^{SAR} = \frac{\hat{e}_i^2}{\hat{\sigma}^2 \left(q_{ii} - \frac{\hat{b}_i^2}{\hat{\kappa}} \right)}$$

4. **Hitung:**

$$Sig. = P[SC_i^{SAR} > \chi_1^2]$$

5. **Simpan:** $[SC_i^{SAR} \quad Sig.]$

Berdasarkan Algoritme 1.2, maka sintaks R untuk deteksi outlier metode MSOM untuk model SAR adalah sbb:

Sintaks 1.2: Deteksi Outlier MSOM-SAR

```
MSOM.SAR=function(y,X,rho,W,alpha)
{
  n = length(y)
```

```

In = diag(rep(1,n))
bo= rep(1,n)
X = cbind(bo,X)
X = as.matrix(X)
A = In - 5*ho*W
beta = (solve(t(X)%*%X))%*%t(X)%*%A%*%y #Coefficient
eta = W%*%solve(t(A))%*%X%*%beta
P = X%*%(solve(t(X)%*%X))%*%t(X)
Q = In - P
e = Q%*%A%*%y
s2 = (1/n)*(t(e)%*%e)
b = Q%*%eta
C1 = W%*%solve(A)
C2 = W
c1 = sum(diag(C1))
c2 = sum(diag(C2))
c11 = sum(diag(t(C1)%*%C1+C1%*%C1))
c12 = sum(diag(t(C1)%*%C2+C1%*%C2))
c22 = sum(diag(t(C2)%*%C2+C2%*%C2))

k = s2*c11 + t(eta)%*%Q%*%eta - s2*(n*c12^2-
4*c1*c2*c12+2*(c1^2)*c22)/(n*c22-2*c2^2)

#Score Statistic
k = as.numeric(k)
s2 = as.numeric(s2)
q = as.matrix(diag(Q))
SC = e^2/(s2*(q-b^2/k))
p_value = 1-pchisq(SC,df=1)
ind = which(p_value < alpha)
n.outlier=length(ind)

#Save Output
res=cbind(y,e,SC,p_value)

```



```

res = round(res,digits=6)
colnames(res) = c("Respon","Residual","SC","Sig.")

return(list(result=res, n.outlier=n.outlier, ind.outlier=ind,
alpha=alpha))
}

```

Dengan cara yang sama, Algoritma 1.2 dapat digunakan untuk deteksi outlier pada model *Spatial Durbin Model* (SDM). *Spatial Durbin Model* (SDM) merupakan model regresi spasial yang memiliki bentuk seperti *Spatial Autoregressive Model* (SAR) yang memiliki spasial lag pada variabel respon (y). Hanya saja, SDM memiliki ciri khas adanya spasial lag pada variabel prediktor (X) (Anselin, 1988). Menurut LeSage & Pace (2009) model SDM memiliki bentuk persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
y &= \rho W y + \alpha \mathbf{1} + X\beta + WX\gamma + \varepsilon \\
&= \rho W y + \begin{bmatrix} \mathbf{1} & X & WX \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} + \varepsilon \\
&= \rho W y + Z\theta + \varepsilon
\end{aligned}$$

dengan $Z = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & X & WX \end{bmatrix}$, $\theta = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix}$,

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np} \end{pmatrix}, \text{ dan } \varepsilon \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I}).$$

Dengan mengganti matriks X dan β pada model SAR dengan matriks Z dan θ , maka Algoritme 1.2 dapat digunakan deteksi outlier pada model SDM.

1

1.4. MSOM pada Model Spatial Error Model (SEM)

Sub Bab ini akan membahas tentang deteksi outlier untuk model SEM dengan metode MSOM. *Spatial Error Model* (SEM) dapat digunakan saat nilai error pada suatu lokasi berkorelasi dengan nilai error dengan lokasi sekitarnya atau dengan kata lain terdapat korelasi spasial antar error. Pada model SEM, bentuk error pada lokasi i merupakan fungsi dari error pada lokasi j dimana j merupakan suatu lokasi yang terletak disekitar lokasi i . Dalam notasi matriks, model SEM secara umum dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u} \\ \mathbf{u} &= \lambda \mathbf{W}_2 \mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon} \\ \boldsymbol{\varepsilon} &\sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I}) \end{aligned}$$

Dengan menggunakan pendekatan MSOM, maka model SEM dapat dituliskan sebagai:

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{D}_a \boldsymbol{\delta} + \mathbf{u} \\ \mathbf{u} &= \lambda \mathbf{W}_2 \mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon} \end{aligned}$$

Model SEM, berdasarkan persamaan regresi spasial umum, diperoleh ketika parameter $\rho = 0$, $\mathbf{W}_2 = \mathbf{W}$ dan $\mathbf{W}_1 = \mathbf{I}$, sehingga berakibat:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{A}} &= (\mathbf{I} - \hat{\rho} \mathbf{W}) = \mathbf{I}, \\ \hat{\mathbf{B}} &= (\mathbf{I} - \hat{\lambda} \mathbf{W}), \\ \hat{\mathbf{V}} &= \hat{\mathbf{B}}^T \hat{\mathbf{B}}, \\ \hat{\mathbf{P}} &= \hat{\mathbf{V}} \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}}, \\ \hat{\mathbf{Q}} &= (\hat{\mathbf{V}} - \hat{\mathbf{P}}), \\ \hat{\boldsymbol{\beta}} &= (\mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}} \mathbf{y} \\ \hat{\mathbf{e}} &= \hat{\mathbf{V}}^{-1} \hat{\mathbf{Q}} \hat{\mathbf{A}} \mathbf{y} = \hat{\mathbf{V}}^{-1} \hat{\mathbf{Q}} \mathbf{I} \mathbf{y} = \hat{\mathbf{V}}^{-1} \hat{\mathbf{Q}} \mathbf{y}, \end{aligned}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \hat{\mathbf{e}}^T \mathbf{V} \hat{\mathbf{e}},$$

$$\hat{\mathbf{r}} = \hat{\mathbf{V}} \hat{\mathbf{e}},$$

$$\hat{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{W}_1 \hat{\mathbf{A}}^{-1} \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}} = \boldsymbol{\Pi}^{-1} \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}},$$

$$\hat{\mathbf{C}}_1 = \hat{\mathbf{B}} \mathbf{W}_1 \hat{\mathbf{A}}^{-1} \hat{\mathbf{B}}^{-1} = \hat{\mathbf{B}} \boldsymbol{\Pi}^{-1} \hat{\mathbf{B}}^{-1} = \hat{\mathbf{B}} \hat{\mathbf{B}}^{-1},$$

$$\mathbf{C}_2 = \mathbf{W}_2 \hat{\mathbf{B}}^{-1} = \mathbf{W} \hat{\mathbf{B}}^{-1}$$

maka Statistik Uji nya menjadi:

$$SC_i^{SEM} = \frac{\hat{r}_i^2}{\hat{\sigma}^2 \left(\hat{q}_{ii} - \frac{\hat{b}_i^2}{\hat{\kappa}} \right)}$$

Secara detail prosedur untuk mendeteksi ada/tidaknya pengamatan yang berpotensi sebagai outlier dapat digunakan algoritme berikut:

Algoritme 1.3: Algoritme Deteksi Outlier MSOM-SEM

Input:

Data Penelitian : $\{\mathbf{y}; \mathbf{X}\}$

Matriks Pembobot Spasial: $(\mathbf{W})$

Output:

1. Estimasi parameter model SEM dengan metode MLE sehingga diperoleh parameter spasial lag error $\hat{\lambda}$
2. **Hitung:**

$$\hat{\mathbf{B}} = (\mathbf{I} - \hat{\lambda} \mathbf{W}),$$

$$\hat{\mathbf{V}} = \hat{\mathbf{B}}^T \hat{\mathbf{B}},$$

$$\hat{\mathbf{P}} = \hat{\mathbf{V}} \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}},$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}} \mathbf{y},$$

$$\begin{aligned}
\hat{\eta} &= \mathbf{X}\hat{\beta}, \\
\hat{\mathbf{Q}} &= (\hat{\mathbf{V}} - \hat{\mathbf{P}}), \\
\hat{\mathbf{e}} &= \hat{\mathbf{V}}^{-1}\hat{\mathbf{Q}}\mathbf{y}, \\
\hat{\sigma}^2 &= \frac{1}{n}\hat{\mathbf{e}}^T\mathbf{V}\hat{\mathbf{e}}, \\
\hat{\mathbf{r}} &= \hat{\mathbf{V}}\hat{\mathbf{e}}, \\
\hat{\mathbf{b}} &= \hat{\mathbf{Q}}\hat{\eta}, \\
\hat{\mathbf{C}}_1 &= \hat{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{B}}^{-1}, \\
\hat{\mathbf{C}}_2 &= \mathbf{W}\hat{\mathbf{B}}^{-1}, \\
\hat{c}_i &= tr(\hat{\mathbf{C}}_i), \\
\hat{c}_{ij} &= tr(\hat{\mathbf{C}}_i^T\hat{\mathbf{C}}_j + \hat{\mathbf{C}}_i\hat{\mathbf{C}}_j), \quad i, j = 1, 2. \\
\hat{\kappa} &= \hat{\sigma}^2\hat{c}_{11} + \hat{\eta}^T\hat{\mathbf{Q}}\hat{\eta} - \hat{\sigma}^2 \frac{(n\hat{c}_{12}^2 - 4\hat{c}_1\hat{c}_2\hat{c}_{12} + 2\hat{c}_1^2\hat{c}_{22})}{(n\hat{c}_{22} - 2\hat{c}_2^2)}
\end{aligned}$$

3. **Hitung Statistik Uji:**

Hitung nilai Statistik Uji SC untuk setiap pengamatan ke- i

$$SC_i^{SEM} = \frac{\hat{r}_i^2}{\hat{\sigma}^2 \left(q_{ii} - \hat{b}_i^2 / \hat{\kappa} \right)}$$

4. **Hitung:**

$$Sig. = P[SC_i^{SEM} > \chi_1^2]$$

5. **Simpan:** $[SC_i^{SEM} \quad Sig.]$

Berdasarkan Algoritme 1.3, maka sintaks R untuk deteksi outlier metode MSOM untuk model SEM adalah sbb:

Sintaks 1.3: Deteksi Outlier MSOM-SEM

```

MSOM.SEM=function(y,X,lambda,W,alpha)
{
  n = length(y)
  In = diag(rep(1,n))
  bo= rep(1,n)
  X = cbind(bo,X)
  X = as.matrix(X)

  B = In - lambda*W
  V = t(B)%*%B
  P = V%*%X%*(solve(t(X)%*%V%*%X))%*%t(X)%*%V
  beta = (solve(t(X)%*%V%*%X))%*%t(X)%*%V%*%y #Coefficient
  eta = X%*%beta
  Q = V - P
  e = solve(V)%*%Q%*%y
  s2 = (1/n)*(t(e)%*%V%*%e)
  r = V%*%e
  b = Q%*%eta

  C1 = B%*%solve(B)
  C2 = W%*%solve(B)
  c1 = sum(diag(C1))
  c2 = sum(diag(C2))
  c11 = sum(diag(t(C1)%*%C1+C1%*%C1))
  c12 = sum(diag(t(C1)%*%C2+C1%*%C2))
  c22 = sum(diag(t(C2)%*%C2+C2%*%C2))

  k = s2*c11 + t(eta)%*%Q%*%eta - s2*(n*c12^2-
4*c1*c2*c12+2*(c1^2)*c22)/(n*c22-2*c2^2)

  #Score Statistic
  k = as.numeric(k)
  s2 = as.numeric(s2)
  q = as.matrix(diag(Q))

```

```

SC = e^2/(s2*(q-b^2/k))
p_value = 1-pchisq(SC,df=1)
ind = which(p_value < alpha)
n.outlier=length(ind)

#Save Output
res=cbind(y,e,SC,p_value)
res = round(res,digits=6)
colnames(res) = c("Respon","Residual","SC","Sig.")

return(list(result=res, n.outlier=n.outlier,ind.outlier=ind,
alpha=alpha))
}

```

Dengan cara yang sama, Algoritma 1.3 dapat digunakan untuk deteksi outlier pada model *Spatial Durbin Error Model* (SDEM). *Spatial Durbin Error Model* (SDEM) merupakan model regresi spasial yang memiliki bentuk seperti *Spatial Error Model* (SEM) yang memiliki spasial lag pada komponen error (y). Hanya saja, SDEM memiliki ciri khas adanya spasial lag pada variabel prediktor (X) (Anselin, 1988). Menurut LeSage & Pace (2009) model SDEM memiliki bentuk persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
y &= \alpha \mathbf{1} + X\beta + WX\gamma + u, \quad u = \lambda W_2 u + \varepsilon \\
&= \begin{bmatrix} \mathbf{1} & X & WX \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} + u, \quad u = \lambda W_2 u + \varepsilon \\
&= Z\theta + u, \quad u = \lambda W_2 u + \varepsilon
\end{aligned}$$

$$\text{dengan } Z = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & X & WX \end{bmatrix}, \quad \theta = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np} \end{pmatrix}, \text{ dan } \boldsymbol{\varepsilon} \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I}).$$

Dengan mengganti matriks $\mathbf{X}$ dan $\boldsymbol{\beta}$ pada model SEM dengan matriks $\mathbf{Z}$ dan $\boldsymbol{\theta}$, maka Algoritme 1.3 dapat digunakan deteksi outlier pada model SDEM.

1

1.5. MSOM pada Model Spatial Autoregressive Combined (SAC)

Sub Bab ini akan membahas tentang deteksi outlier untuk model SAC dengan metode MSOM. *Spatial Autoregressive Combined* (SAC) merupakan model dimana efek spasial melekat pada variabel respond dan komponen error model. Dapat dikatakan juga bahwa model SAC ini adalah model gabungan antara SAR dan SEM, atau disebut juga dengan model *Spatial Autoregressive Moving Average* (SARMA). Dalam notasi matriks, model SAC secara umum dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\mathbf{y} = \rho \mathbf{W}_1 \mathbf{y} + \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}$$

$$\mathbf{u} = \lambda \mathbf{W}_2 \mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I})$$

Dengan menggunakan pendekatan MSOM, maka model SAC dapat dituliskan sebagai:

$$\mathbf{y} = \rho \mathbf{W}_1 \mathbf{y} + \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{D}_a \boldsymbol{\delta} + \mathbf{u}$$

$$\mathbf{u} = \lambda \mathbf{W}_2 \mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

Model SAC, berdasarkan persamaan regresi spasial umum, diperoleh ketika parameter $\rho \neq 0$, $\lambda \neq 0$ dan $\mathbf{W}_1 = \mathbf{W}_2 = \mathbf{W}$, sehingga berakibat:

$$\hat{\mathbf{A}} = (\mathbf{I} - \hat{\rho} \mathbf{W}),$$

$$\hat{\mathbf{B}} = (\mathbf{I} - \hat{\lambda} \mathbf{W}),$$

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{V}} &= \hat{\mathbf{B}}^T \hat{\mathbf{B}}, \\
\hat{\mathbf{P}} &= \hat{\mathbf{V}} \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}}, \\
\hat{\mathbf{Q}} &= (\hat{\mathbf{V}} - \hat{\mathbf{P}}), \\
\hat{\boldsymbol{\beta}} &= (\mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}} \hat{\mathbf{A}} \mathbf{y} \\
\hat{\mathbf{e}} &= \hat{\mathbf{V}}^{-1} \hat{\mathbf{Q}} \hat{\mathbf{A}} \mathbf{y}, \\
\hat{\sigma}^2 &= \frac{1}{n} \hat{\mathbf{e}}^T \mathbf{V} \hat{\mathbf{e}}, \\
\hat{\mathbf{r}} &= \hat{\mathbf{V}} \hat{\mathbf{e}}, \\
\hat{\boldsymbol{\eta}} &= \mathbf{W} \hat{\mathbf{A}}^{-1} \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}}, \\
\hat{\mathbf{C}}_1 &= \hat{\mathbf{B}} \mathbf{W} \hat{\mathbf{A}}^{-1} \hat{\mathbf{B}}^{-1}, \\
\mathbf{C}_2 &= \mathbf{W} \hat{\mathbf{B}}^{-1}
\end{aligned}$$

maka Statistik Uji nya menjadi:

$$SC_i^{SAC} = \frac{\hat{r}_i^2}{\hat{\sigma}^2 \left(\hat{q}_{ii} - \hat{b}_i^2 / \hat{\kappa} \right)}$$

Secara detail prosedur untuk mendeteksi ada/tidaknya pengamatan yang berpotensi sebagai outlier dapat digunakan algoritme berikut:

Algoritme 1.4: Algoritme Deteksi Outlier MSOM-SAC

Input:

Data Penelitian : $\{\mathbf{y}; \mathbf{X}\}$

Matriks Pembobot Spasial: $(\mathbf{W})$

Output:

1. Estimasi parameter model SAC dengan metode MLE sehingga diperoleh parameter spasial lag dependen $\hat{\rho}$ dan
-

koefisien spasial lag error $\hat{\lambda}$

2. **Hitung:**

$$\hat{\mathbf{A}} = (\mathbf{I} - \hat{\rho}\mathbf{W}),$$

$$\hat{\mathbf{B}} = (\mathbf{I} - \hat{\lambda}\mathbf{W}),$$

$$\hat{\mathbf{V}} = \hat{\mathbf{B}}^T \hat{\mathbf{B}},$$

$$\hat{\mathbf{P}} = \hat{\mathbf{V}}\mathbf{X}(\mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}}\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}},$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}}\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}}\hat{\mathbf{A}}\mathbf{y},$$

$$\hat{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{W}\hat{\mathbf{A}}^{-1}\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}},$$

$$\hat{\mathbf{Q}} = (\hat{\mathbf{V}} - \hat{\mathbf{P}}),$$

$$\hat{\mathbf{e}} = \hat{\mathbf{V}}^{-1}\hat{\mathbf{Q}}\hat{\mathbf{A}}\mathbf{y},$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \hat{\mathbf{e}}^T \mathbf{V} \hat{\mathbf{e}},$$

$$\hat{\mathbf{r}} = \hat{\mathbf{V}}\hat{\mathbf{e}},$$

$$\hat{\mathbf{b}} = \hat{\mathbf{Q}}\hat{\boldsymbol{\eta}},$$

$$\hat{\mathbf{C}}_1 = \hat{\mathbf{B}}\mathbf{W}\hat{\mathbf{A}}^{-1}\hat{\mathbf{B}}^{-1},$$

$$\hat{\mathbf{C}}_2 = \mathbf{W}\hat{\mathbf{B}}^{-1},$$

$$\hat{c}_i = \text{tr}(\hat{\mathbf{C}}_i),$$

$$\hat{c}_{ij} = \text{tr}(\hat{\mathbf{C}}_i^T \hat{\mathbf{C}}_j + \hat{\mathbf{C}}_i \hat{\mathbf{C}}_j), \quad i, j = 1, 2.$$

$$\hat{\kappa} = \hat{\sigma}^2 \hat{c}_{11} + \hat{\boldsymbol{\eta}}^T \hat{\mathbf{Q}} \hat{\boldsymbol{\eta}} - \hat{\sigma}^2 \frac{(n\hat{c}_{12}^2 - 4\hat{c}_1\hat{c}_2\hat{c}_{12} + 2\hat{c}_1^2\hat{c}_{22})}{(n\hat{c}_{22} - 2\hat{c}_2^2)}$$

3. **Hitung Statistik Uji:**

Hitung nilai Statistik Uji SC untuk setiap pengamatan ke-i

$$SC_i^{SAC} = \frac{\hat{r}_i^2}{\hat{\sigma}^2 \left(\hat{q}_{ii} - \frac{\hat{b}_i^2}{\hat{\kappa}} \right)}$$

4. **Hitung:**

$$Sig. = P \left[SC_i^{SAC} > \chi_1^2 \right]$$

5. **Simpan:** $[SC_i^{SAC} \quad Sig.]$

Berdasarkan Algoritme 1.4, maka sintaks R untuk deteksi outlier metode MSOM untuk model SAC adalah sbb:

Sintaks 1.4: Deteksi Outlier MSOM-SAC

```
MSOM.SAC=function(y,X,rho,lambda,W,alpha)
{
  n = length(y)
  In = diag(rep(1,n))
  bo= rep(1,n)
  X = cbind(bo,X)
  X = as.matrix(X)

  A = In - rho*W
  B = In - lambda*W
  V = t(B)%*%B
  P = V%*%X%*(solve(t(X)%*%V%*%X))%*%t(X)%*%V
  beta = (solve(t(X)%*%V%*%X))%*%t(X)%*%V%*%A%*%y
  eta = W%*%solve(A)%*%X%*%beta
  Q = V - P
  e = solve(V)%*%Q%*%A%*%y
  s2 = (1/n)*(t(e)%*%V%*%e)
  r = V%*%e
  b = Q%*%eta

  C1 = B%*%W%*%solve(A)%*%solve(B)
```

```

C2 = W%%solve(B)
c1 = sum(diag(C1))
c2 = sum(diag(C2))
c11 = sum(diag(t(C1)%%C1+C1%%C1))
c12 = sum(diag(t(C1)%%C2+C1%%C2))
c22 = sum(diag(t(C2)%%C2+C2%%C2))

k = s2*c11 + t(eta)%%Q%%eta - s2*(n*c12^2-
4*c1*c2*c12+2*(c1^2)*c22)/(n*c22-2*c2^2)

#Score Statistic
k = as.numeric(k)
s2 = as.numeric(s2)
q = as.matrix(diag(Q))
SC = e^2/(s2*(q-b^2/k))
p_value = 1-pchisq(SC,df=1)
ind = which(p_value < alpha)
n.outlier=length(ind)

#Save Output
res=cbind(y,e,SC,p_value)
res = round(res,digits=6)
colnames(res) = c("Respon","Residual","SC","Sig.")

return(list(result=res, n.outlier=n.outlier,ind.outlier=ind,
alpha=alpha))
}

```

1.6. Aplikasi MSOM Pada Data Spasial

Sebuah penelitian dilakukan dengan menggunakan data sekunder yang diperoleh dari katalog Provinsi Jawa Tengah Dalam Angka 2018 yang dikeluarkan oleh Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Jawa Tengah dan buku Profil Kesehatan Provinsi Jawa Tengah Tahun 2017 yang dikeluarkan oleh Dinas Kesehatan

Provinsi Jawa Tengah. Unit observasi dalam penelitian ini adalah 35 kabupaten/kota di Provinsi Jawa Tengah. Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah variabel yang terdiri dari 1 variabel respon (Y) dan 5 variabel prediktor (X). Rincian variabel data yang digunakan dijelaskan sebagai berikut (data terlampir pada **Lampiran 1**, file data, peta, dan Matriks Pembobot dapat diunduh di https://bit.ly/Sintaks_dan_Data_Buku):

AHH : Angka Harapan Hidup (Tahun)

RLS : Rata-rata lama sekolah (Tahun)

PHBSP : Persentase rumah tangga berperilaku hidup bersih dan sehat

PA : Jumlah Posyandu (Unit)

MSKN : Persentase penduduk miskin

PGLRN : Pengeluaran per kapita disesuaikan (Juta Rupiah)

Pengolahan Data:

Proses olah data dilakukan dengan sintaks R. Langkah-langkah pengolahan data adalah sbb:

1. Siapkan file Data dan Matriks Pembobot yang akan digunakan. Masing-masing file dibuat dalam format ***.csv**. Bila matriks pembobot akan dibuat berdasarkan peta, maka perlu disiapkan file ***.shp** yang sesuai dengan data spasial yang digunakan.
2. Install paket R yang dibutuhkan, seperti: *tmap*, *raster*, *spdep*, *stats*, *spatialreg*, dan *rgdal*.
3. Membuat file sintaks yang berisi daftar fungsi/algoritme yang digunakan, misalnya disimpan dengan nama **List Function Bab1.R**.

Untuk mencetak hasil deteksi outlier di R-Console perlu ditambahkan sintaks berikut pada List Function yang digunakan:

Sintaks 1.5: Sintaks Cetak Output Model MSOM

```

Print.MSOM = function(MSOM)
{
  cat('-----\n')
  cat('  Outlier Detection using Mean Shift Outlier Model\n')
  cat('-----\n')
  cat('Significance level :',MSOM$alpha,'\n')
  cat('Number of Outliers :',MSOM$n.outlier,'\n')
  cat('Observation Number :',MSOM$ind.outlier,'\n')
  cat('-----\n')
  cat('Tabel Output Deteksi Outlier :\n')
  cat('-----\n')
  print(MSOM$result)
  cat('-----\n')
}

```

4. Letakkan file-file Data, Matriks Pembobot, Peta SHP, dan sintaks yang digunakan dalam satu folder, misalkan dengan nama folder **Sintaks dan Data Buku**.
5. Pindahkan Direktori Kerja R-Studio ke Folder yang telah dibuat.
6. Susun sintaks untuk deteksi Outlier dengan menggunakan semua model regresi spasial, seperti pada Sintaks 1.6, kemudian run untuk setiap barisnya.
7. Analisis Output model MSOM.

Sintaks 1.6: Sintaks Deteksi Outlier dengan Metode MSOM untuk data Angka Harapan Hidup Jawa Tengah

```

#BAB 1 Deteksi Outlier MSOM
library(tmap)
library(raster)
library(stats)
library(spdep)
library(spatialreg)

```

```

library(rgdal)

#Aktifkan file List Function Bab1.R
source('List Function Bab1.R')
options(warn=-1)

#Input Shp File
spJateng <- shapefile("jateng.shp")

#Import data
data=read.csv("Data AHH Central Java.csv",header=T,sep=",")
head(data,5)
mydata = data[,-1]#remove location name
Y = mydata[,1]#Respon
X = mydata[,2:ncol(mydata)]

#MATRIKS PEMBOBOT
queen.nb=poly2nb(spJateng) #Pembobot queen
queen.nb
queen.listw=nb2listw(queen.nb) #convert nb to listw type
queen.jateng= queen.listw
queen.jateng

rook.nb=poly2nb(spJateng,queen=FALSE) #Pembobot rook
rook.listw=nb2listw(rook.nb) #convert nb to listw type
rook.jateng= rook.listw

#Menyimpan Matriks Pembobot
bobot.queen = listw2mat(queen.listw) #convert listw to matrix
write.csv(bobot.queen,file="Matriks Bobot Queen.csv", row.names
= FALSE)
bobot.rook = listw2mat(rook.listw) #convert listw to matrix
write.csv(bobot.rook, "Matriks Bobot Rook.csv",row.names =
FALSE)

```

```

#Detection Outlier in Spatial Regression
#Create New Data
spdata = cbind(Y,X)
lagX = create_WX(X,queen.listw,prefix = "lag")#Create Lag X
Z = cbind(X,lagX)
spdata.mixed = cbind(Y,X,lagX)
reg.eq = Y~.

#1.1 MSOM-SCR
Model.SCR = lm(reg.eq,spdata.mixed)
summary(Model.SCR)
SCR.MSOM = MSOM.SCR(Y,Z,alpha=0.05)
Print.MSOM(SCR.MSOM)

#1.2 MSOM-SAR
Model.SAR = lagsarlm(reg.eq,spdata,queen.listw)
summary(Model.SAR)
rho = Model.SAR$rho
SAR.MSOM = MSOM.SAR(Y,X,rho,bobot.queen,alpha=0.05)
Print.MSOM(SAR.MSOM)

Model.SDM = lagsarlm(reg.eq,spdata.mixed,queen.listw)
summary(Model.SDM)
rho = Model.SDM$rho
SDM.MSOM = MSOM.SAR(Y,Z,rho,bobot.queen,alpha=0.05)
Print.MSOM(SDM.MSOM)

#1.3 MSOM-SEM
Model.SEM = errorsarlm(reg.eq,spdata,queen.listw)
summary(Model.SEM)
lambda = Model.SEM$lambda
SEM.MSOM = MSOM.SEM(Y,X,lambda,bobot.queen,alpha=0.05)
Print.MSOM(SEM.MSOM)

```

```

Model.SDEM = errorsarlm(reg.eq,spdata.mixed,queen.listw)
summary(Model.SDEM)
lambda = Model.SDEM$lambda
SDEM.MSOM = MSOM.SEM(Y,Z,lambda,bobot.queen,alpha=0.05)
Print.MSOM(SDEM.MSOM)

#1.4 MSOM-SAC
Model.SAC = sacsarlm(reg.eq,spdata,queen.listw)
summary(Model.SAC)
rho = Model.SAC$rho
lambda = Model.SAC$lambda
SAC.MSOM =
MSOM.SAC(Y,X,rho,lambda,bobot.queen,alpha=0.05)
Print.MSOM(SAC.MSOM)

```

Berikut adalah contoh output deteksi outlier pada model SAR:

```

> summary(Model.SAR)

Call: 17 sarlm(formula = reg.eq, data = spdata, listw =
queen.listw)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-3.72025 -0.59036  0.22930  0.85226  1.71449

Type: lag
Coefficients: (asymptotic standard errors)
            Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept)  1.0972e+02  1.2762e+01  8.5977 < 2.2e-16
RLS          6.6664e-01  3.1945e-01  2.0868  0.036906
PHBSP        3.5261e-02  2.4646e-02  1.4307  0.152508
PA           3.7194e-04  4.1411e-04  0.8982  0.369098
MSKN         -1.9406e-01  6.3161e-02 -3.0724  0.002123
PGLRN        -9.0458e-06  2.0260e-04 -0.0446  0.964387
4
Rho: -0.54303, LR test value: 6.5573, p-value: 0.010446
Asymptotic standard error: 0.17203
z-value: -3.1566, p-value: 0.0015964
wald statistic: 9.9639, p-value: 0.0015964

Log likelihood: -54.80605 for lag model
ML residual variance (sigma squared): 1.2593, (sigma: 1.1222)
Number of observations: 35
Number of parameters estimated: 8
AIC: 125.61, (AIC for lm: 130.17)

```


LM test for residual autocorrelation
test value: 1.0479, p-value: 0.30598

> Print.MSOM(SAR.MSOM)

Outlier Detection using Mean Shift Outlier Model

Significance level : 0.05
Number of Outliers : 2
Observation Number : 4 30

Tabel Output Deteksi Outlier :

	Respon	Residual	SC	Sig.
[1,]	71.30	-0.692350	0.484014	0.486610
[2,]	76.00	0.959264	0.897222	0.343528
[3,]	75.42	0.279786	0.083978	0.771978
[4,]	71.14	-2.857931	7.727204	0.005439
[5,]	77.49	0.882219	0.733718	0.391681
[6,]	75.55	1.714486	3.161789	0.075381
[7,]	75.57	-0.030723	0.000938	0.975572
[8,]	74.32	0.981649	0.933489	0.333958
[9,]	74.26	-0.331534	0.093633	0.759608
[10,]	72.91	-0.807943	0.619776	0.431131
[11,]	72.98	0.229295	0.060761	0.805296
[12,]	73.46	-0.815744	0.582099	0.445491
[13,]	75.80	1.024009	0.973579	0.323789
[14,]	73.39	-0.488369	0.283165	0.594634
[15,]	76.44	0.901589	0.737656	0.390413
[16,]	74.23	-0.825764	0.641519	0.423161
[17,]	77.06	0.170711	0.031531	0.859061
[18,]	77.21	-1.043089	1.172338	0.278921
[19,]	76.98	-0.170929	0.031681	0.858729
[20,]	74.19	-1.283738	1.502581	0.220275
[21,]	76.66	-0.484673	0.322940	0.569846
[22,]	76.62	0.719947	0.621328	0.430554
[23,]	74.24	0.361096	0.126283	0.722317
[24,]	72.98	-0.101783	0.011121	0.916015
[25,]	77.31	0.964084	0.796593	0.372114
[26,]	75.68	-0.098462	0.009279	0.923260
[27,]	74.46	0.580409	0.314894	0.574692
[28,]	75.27	0.601586	0.313194	0.575727
[29,]	73.24	-1.115660	1.094456	0.295486
[30,]	68.61	-3.720250	14.209154	0.000164
[31,]	75.72	0.979784	1.002115	0.316799
[32,]	73.99	1.694244	3.826499	0.050448
[33,]	74.50	0.323269	0.101644	0.749866
[34,]	73.33	0.679220	0.424116	0.514890
[35,]	73.79	0.822294	0.595259	0.440393

Berdasarkan output tersebut, dengan tingkat signifikansi $\alpha=5\%$, dapat disimpulkan bahwa pada model SAR terdapat dua pengamatan yang berpotensi sebagai outlier, yaitu pada lokasi pengamatan ke-4 (Tegal) dan ke-30 (Brebes). Oleh karena itu

diperlukan perbaikan model SAR untuk mengakomodasi adanya outlier. Sedangkan secara keseluruhan, dengan menggunakan metode MSOM, diperoleh informasi pengamatan yang berpotensi sebagai outlier pada masing-masing model regresi spasial seperti pada Tabel 1.1 berikut:

Tabel 1.1. Pengamatan Berpotensi Sebagai Outlier dengan Metode MSOM

Model	Banyaknya Outlier	Nomor Pengamatan
SCR	2	4 dan 30
SAR	2	4 dan 30
SDM	3	1, 4 dan 30
SEM	2	4 dan 30
SDEM	8	1, 2, 3, 4, 8, 15, 30 dan 35
SAC	2	4 dan 30

1 BAB 2

VARIANCE WEIGHT OUTLIER MODEL (VSOM)

2.1. Konsep Dasar VWOM

Misalkan a adalah indeks dari bagian seluruh observasi yang dianggap sebagai outlier dalam model regresi spasial. Untuk mengujinya apakah sebagian pengamatan tersebut merupakan outlier atau bukan, maka model VSOM dapat didefinisikan sebagai berikut (Dai *et al.*, 2016):

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \rho \mathbf{W}_1 \mathbf{y} + \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{u} \\ \mathbf{u} &= \lambda \mathbf{W}_2 \mathbf{u} + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_a \end{aligned} \quad (2.1)$$

dengan $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_a \sim N(0, \sigma^2 \boldsymbol{\Omega}_a^{-1})$,

$$\boldsymbol{\Omega}_a^{-1} = \mathbf{I} - \sum_{i_k \in a} (1 - \omega_{i_k}) \mathbf{d}_{i_k} \mathbf{d}_{i_k}^T$$

ω_{i_k} : parameter variance-weight, $k = 1, 2, \dots, m$,

$$\boldsymbol{\omega} = (\omega_{i_1} \quad \omega_{i_2} \quad \dots \quad \omega_{i_m}),$$

$$a = \{i_1, \dots, i_m\} (m < n)$$

$$\mathbf{D}_a = \{\mathbf{d}_{i_1}, \dots, \mathbf{d}_{i_m}\} : \text{matriks berukuran } m \times n$$

$\mathbf{d}_{i_k}$ adalah vektor berukuran $n \times 1$ dengan elemen ke- i sama dengan 1, sedangkan sisanya sama dengan 0, $k = 1, 2, \dots, m$. Sedangkan matriks dan vektor lainnya sama seperti pada persamaan (1.1). $\mathbf{D}_a$ dapat dianggap sebagai matriks indikator untuk pengamatan yang diindeks oleh a . Oleh karena itu, hal ini menunjukkan untuk mendeteksi beberapa outlier dalam model

(2.1) sama halnya dengan melakukan uji hipotesis pada signifikansi parameter ω .

Hipotesis:

$$H_0 : \omega = \mathbf{1}_m$$

$$H_1 : \omega \neq \mathbf{1}_m$$

Statistik Uji:

$$SC_a^V = (\hat{\mathbf{v}}_a^2 - \mathbf{1}_m)^T (2\mathbf{I}_m - 4\hat{\mathbf{M}}_a / \hat{\mathbf{g}})^{-1} (\hat{\mathbf{v}}_a^2 - \mathbf{1}_m) \quad (2.2)$$

Dengan: $\hat{\mathbf{v}}_a$ adalah sub-vektor dari $\hat{\mathbf{v}}$ dengan indeks a ,

$$\hat{\mathbf{v}} = \hat{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{e}} / \hat{\sigma},$$

$$\hat{\mathbf{g}} = (n\hat{c}_{22} - 2\hat{c}_2^2) \hat{\mathbf{k}} / \hat{\sigma}^2,$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{M}}_a = & (n\hat{c}_{22} - 2\hat{c}_2^2) \hat{\mathbf{C}}_{1a} \hat{\mathbf{C}}_{1a}^T + (n\hat{s} - 2\hat{c}_1^2) \hat{\mathbf{C}}_{2a} \hat{\mathbf{C}}_{2a}^T \\ & + (2\hat{c}_1\hat{c}_2 - n\hat{c}_{12}) (\hat{\mathbf{C}}_{1a} \hat{\mathbf{C}}_{2a}^T + \hat{\mathbf{C}}_{2a}^T \hat{\mathbf{C}}_{1a}) \\ & + (\hat{c}_{12}\hat{c}_2 - \hat{c}_{22}\hat{c}_1) (\hat{\mathbf{C}}_{1a} \mathbf{1}_m^T + \mathbf{1}_m^T \hat{\mathbf{C}}_{1a}) \\ & + (\hat{c}_{21}\hat{c}_1 - \hat{s}\hat{c}_2) (\hat{\mathbf{C}}_{2a} \mathbf{1}_m^T + \mathbf{1}_m^T \hat{\mathbf{C}}_{2a}) \\ & + \frac{1}{2} (\hat{s}\hat{c}_{22} - \hat{c}_{12}^2) \mathbf{1}_m \mathbf{1}_m^T \end{aligned}$$

$\hat{\mathbf{b}}_a$ adalah sub-vektor dari $\hat{\mathbf{b}}$ dengan indeks a ,

$$\hat{s} = \hat{c}_{11} + \hat{\boldsymbol{\eta}}^T \hat{\mathbf{Q}} \hat{\boldsymbol{\eta}} / \hat{\sigma}^2,$$

$$\hat{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{W}_1 \hat{\mathbf{A}}^{-1} \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}}$$

$\hat{\mathbf{C}}_{1a}, \hat{\mathbf{C}}_{2a}$ adalah matriks blok diagonal dari $\hat{\mathbf{C}}_1, \hat{\mathbf{C}}_2$ dengan indeks a ,

$$\hat{\mathbf{C}}_1 = \hat{\mathbf{B}} \mathbf{W}_1 \hat{\mathbf{A}}^{-1} \hat{\mathbf{B}}^{-1}, \quad \hat{\mathbf{C}}_2 = \mathbf{W}_2 \hat{\mathbf{B}}^{-1}$$

$$\hat{\mathbf{k}} = \hat{\sigma}^2 \hat{c}_{11} + \hat{\boldsymbol{\eta}}^T \hat{\mathbf{Q}} \hat{\boldsymbol{\eta}} - \hat{\sigma}^2 \frac{(n\hat{c}_{12}^2 - 4\hat{c}_1\hat{c}_2\hat{c}_{12} + 2\hat{c}_1^2\hat{c}_{22})}{(n\hat{c}_{22} - 2\hat{c}_2^2)},$$

$$\hat{c}_i = tr(\hat{\mathbf{C}}_i),$$

$$\hat{c}_{ij} = \text{tr}(\hat{\mathbf{C}}_i^T \hat{\mathbf{C}}_j + \hat{\mathbf{C}}_i \hat{\mathbf{C}}_j), \quad i, j = 1, 2.$$

Keputusan:

Tolak H_0 jika $SC_a^V > \chi_m^2$.

Jika dalam pencarian outlier digunakan pengamatan tunggal atau $a = \{i\} (i = 1, 2, \dots, n)$, maka model VWOM pada persamaan (2.1) dapat digunakan untuk mendeteksi outlier tunggal, dan persamaanya menjadi:

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \rho \mathbf{W}_1 \mathbf{y} + \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{u} \\ \mathbf{u} &= \lambda \mathbf{W}_2 \mathbf{u} + \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_i \end{aligned} \quad (2.3)$$

dengan $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_a \sim N(0, \sigma^2 \boldsymbol{\Omega}_i^{-1})$, $\boldsymbol{\Omega}_i^{-1} = \mathbf{I} - (1 - \omega) \mathbf{d}_i \mathbf{d}_i^T$

$\mathbf{d}_i$ adalah vektor berukuran $n \times 1$ dengan elemen ke- i sama dengan 1, sedangkan sisanya sama dengan 0 dan ω adalah sebuah skalar.

Oleh karena itu, Uji Hipotesisnya menjadi sbb:

Hipotesis:

$$H_0 : \omega = 1$$

$$H_1 : \omega \neq 1$$

Statistik Uji:

$$SC_i^V = \frac{(\hat{v}_i^2 - 1)^2}{(2 - 4\hat{m}_i / \hat{g})} \quad (2.4)$$

dengan $\hat{v}_i$ adalah elemen ke- i dari vektor $\mathbf{v}$,

$$\begin{aligned} \hat{m}_i &= (n\hat{c}_{22} - 2\hat{c}_2^2) \hat{c}_{1ii}^2 + (n\hat{s} - 2\hat{c}_1^2) \hat{c}_{2ii}^2 \\ &\quad + 2(2\hat{c}_1\hat{c}_2 - n\hat{c}_{12}) \hat{c}_{1ii}^2 \hat{c}_{2ii}^2 + 2(\hat{c}_{12}\hat{c}_2 - \hat{c}_{22}\hat{c}_1) \hat{c}_{1ii}^2 \\ &\quad + 2(\hat{c}_{12}\hat{c}_1 - \hat{s}\hat{c}_2) \hat{c}_{2ii}^2 + \frac{1}{2}(\hat{s}\hat{c}_{22} - \hat{c}_{12}^2) \end{aligned}$$

$\hat{c}_{1ii}$ dan $\hat{c}_{2ii}$ adalah komponen diagonal ke- i dari matriks

$\hat{\mathbf{C}}_1$ dan $\hat{\mathbf{C}}_2$, $\hat{s}$ dan $\hat{g}$ adalah sebuah skalar.

Keputusan:

Tolak H_0 jika $SC_i^V > \chi_1^2$.

1

2.2. VWOM pada Model Spatial Cross Regressive (SCR)

Sub Bab ini akan membahas tentang deteksi outlier untuk model SCR dengan metode VWOM. Berdasarkan menggunakan pendekatan VWOM, maka model SCR dapat dituliskan sebagai:

$$\mathbf{y} = \alpha \mathbf{1} + \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{W}\mathbf{X}\boldsymbol{\gamma} + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_a$$

$$= [\mathbf{1} \quad \mathbf{X} \quad \mathbf{W}\mathbf{X}] \begin{bmatrix} \alpha \\ \boldsymbol{\beta} \\ \boldsymbol{\gamma} \end{bmatrix} + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_a$$

$$= \mathbf{Z}\boldsymbol{\theta} + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_a$$

$$\text{dengan } \mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np} \end{pmatrix}, \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_a \sim N(0, \sigma^2 \boldsymbol{\Omega}_a^{-1}).$$

Model SCR, berdasarkan persamaan regresi spasial umum, diperoleh ketika parameter $\rho = \lambda = 0$ dan $\mathbf{W}_1 = \mathbf{W}_2 = \mathbf{I}$, sehingga berakibat:

$$\hat{\mathbf{A}} = (\mathbf{I} - \hat{\rho} \mathbf{W}_1) = \mathbf{I},$$

$$\hat{\mathbf{B}} = (\mathbf{I} - \hat{\lambda} \mathbf{W}_2) = \mathbf{I},$$

$$\hat{\mathbf{V}} = \hat{\mathbf{B}}^T \hat{\mathbf{B}} = \mathbf{I}^T \mathbf{I} = \mathbf{I},$$

$$\hat{\mathbf{P}} = \hat{\mathbf{V}} \mathbf{Z} (\mathbf{Z}^T \hat{\mathbf{V}} \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \hat{\mathbf{V}} = \mathbf{I} \mathbf{Z} (\mathbf{Z}^T \mathbf{I} \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{I} = \mathbf{Z} (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T,$$

$$\hat{\mathbf{Q}} = (\hat{\mathbf{V}} - \hat{\mathbf{P}}) = (\mathbf{I} - \hat{\mathbf{P}}),$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{Z} (\mathbf{Z}^T \hat{\mathbf{V}} \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \hat{\mathbf{V}} \hat{\mathbf{A}} \mathbf{y} = \mathbf{Z} (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{y}$$

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{e}} &= \hat{\mathbf{V}}^{-1} \hat{\mathbf{Q}} \hat{\mathbf{A}} \mathbf{y} = \mathbf{I}^{-1} \hat{\mathbf{Q}} \mathbf{I} \mathbf{y} = \hat{\mathbf{Q}} \mathbf{y} \\ &= (\mathbf{I} - \hat{\mathbf{P}}) \mathbf{y} = \left(\mathbf{I} - \mathbf{Z} (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \right) \mathbf{y}, \\ &= \mathbf{y} - \mathbf{Z} \hat{\boldsymbol{\theta}}\end{aligned}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \hat{\mathbf{e}}^T \mathbf{B}^T \mathbf{B} \hat{\mathbf{e}} = \frac{1}{n} \hat{\mathbf{e}}^T \hat{\mathbf{e}},$$

$$\hat{\mathbf{v}} = \hat{\mathbf{B}} \hat{\mathbf{e}} / \hat{\sigma} = \hat{\mathbf{e}} / \hat{\sigma}$$

$$\hat{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{W} \hat{\mathbf{A}}^{-1} \mathbf{Z} \hat{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{\Pi} \mathbf{Z} \hat{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{Z} \hat{\boldsymbol{\theta}},$$

$$\hat{\mathbf{C}}_1 = \hat{\mathbf{B}} \mathbf{W} \hat{\mathbf{A}}^{-1} \hat{\mathbf{B}}^{-1} = \mathbf{I} \mathbf{W} \mathbf{\Pi} = \mathbf{W},$$

$$\hat{\mathbf{C}}_2 = \mathbf{W} \hat{\mathbf{B}}^{-1} = \mathbf{W} \mathbf{I} = \mathbf{W}$$

$$\text{maka } \hat{\mathbf{C}}_1 = \hat{\mathbf{C}}_2 = \mathbf{W} = \mathbf{I},$$

$$\hat{c}_i = \text{tr}(\hat{\mathbf{C}}_i) = \text{tr}(\mathbf{I}) = n,$$

$$\begin{aligned}\hat{c}_{ij} &= \text{tr}(\hat{\mathbf{C}}_i^T \hat{\mathbf{C}}_j + \hat{\mathbf{C}}_i \hat{\mathbf{C}}_j), \quad i, j = 1, 2 \\ &= \text{tr}(\mathbf{I}^T \mathbf{I} + \mathbf{\Pi}) = \text{tr}(\mathbf{I} + \mathbf{I}) = 2 \text{tr}(\mathbf{I}) = 2n,\end{aligned}$$

Sehingga $(n\hat{c}_{22} - 2\hat{c}_2^2) = (n(2n) - 2n^2) = 0$, maka

$$\hat{\mathbf{k}} = \hat{\sigma}^2 \hat{\mathbf{c}}_{11} + \hat{\boldsymbol{\eta}}^T \hat{\mathbf{Q}} \hat{\boldsymbol{\eta}}$$

$$\hat{\mathbf{g}} = (n\hat{c}_{22} - 2\hat{c}_2^2) \hat{\mathbf{k}} / \hat{\sigma}^2 = \mathbf{0},$$

maka Statistik Uji nya menjadi:

$$SC_i^{VSCR} = \frac{(\hat{v}_i^2 - 1)^2}{2}$$

Secara detail prosedur untuk mendeteksi ada/tidaknya pengamatan yang berpotensi sebagai outlier dapat digunakan algoritme berikut:

Algoritme 2.1: Algoritma Deteksi Outlier VWOM-SCR

Input:

Data Penelitian : $\{\mathbf{y}; \mathbf{Z}\}$

Output:

1. Estimasi parameter model SCR dengan metode OLS sehingga diperoleh:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{Z}(\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{y},$$

$$\hat{\mathbf{e}} = \mathbf{y} - \mathbf{Z}\hat{\boldsymbol{\theta}}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \hat{\mathbf{e}}^T \hat{\mathbf{e}}$$

2. **Hitung Statistik Uji:**

Hitung nilai Statistik Uji SC untuk setiap pengamatan ke-i

$$SC_i^{VSCR} = \frac{(\hat{v}_i^2 - 1)^2}{2}$$

dengan: $\hat{\mathbf{v}} = \hat{\mathbf{e}}/\hat{\sigma}$

3. **Hitung:**

$$Sig. = P[SC_i^{VSCR} > \chi_1^2]$$

4. **Simpan:** $[SC_i^{VSCR} \quad Sig.]$
-

Berdasarkan Algoritme 2.1, maka sintaks R untuk deteksi outlier metode VWOM untuk model SCR adalah sbb:

Sintaks 2.1: Deteksi Outlier VWOM-SCR

```
VWOM.SCR=function(y,Z,alpha)
{
  n = length(y)
  In = diag(rep(1,n))
  bo= rep(1,n)
  Z = cbind(bo,Z)
```



```

Z = as.matrix(Z)

theta = (solve(t(Z)%*%Z))%*%t(Z)%*%y #Coefficient
e = y-Z%*%theta
s2 = (1/n)*(t(e)%*%e)
s2 = as.numeric(s2)
v = e/sqrt(s2)
#Score Statistic
SC = (v^2-1)^2/2
p_value = 1-pchisq(SC,df=1)
ind = which(p_value < alpha)
n.outlier=length(ind)

#Save Output
res=cbind(y,e,SC,p_value)
res = round(res,digits=6)
colnames(res) = c("Respon","Residual","SC","Sig.")

return(list(result=res, n.outlier=n.outlier,ind.outlier=ind,
alpha=alpha))
}

```

1 2.3. VWOM pada Model Spatial Autoregressive (SAR)

Sub Bab ini akan membahas tentang deteksi outlier untuk model SAR dengan metode VWOM. Dengan menggunakan pendekatan VWOM, maka model SAR dapat dituliskan sebagai:

$$\mathbf{y} = \rho \mathbf{W}_1 \mathbf{y} + \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_a$$

dengan $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_a \sim N(0, \sigma^2 \boldsymbol{\Omega}_a^{-1})$.

Model SAR, berdasarkan persamaan regresi spasial umum, diperoleh ketika parameter $\lambda = 0$, $\mathbf{W}_1 = \mathbf{W}$ dan $\mathbf{W}_2 = \mathbf{I}$, sehingga berakibat:

$$\hat{\mathbf{A}} = (\mathbf{I} - \hat{\rho} \mathbf{W}),$$

$$\hat{\mathbf{B}} = (\mathbf{I} - \hat{\lambda} \mathbf{W}) = \mathbf{I},$$

$$\hat{\mathbf{V}} = \hat{\mathbf{B}}^T \hat{\mathbf{B}} = \mathbf{I}^T \mathbf{I} = \mathbf{I},$$

$$\hat{\mathbf{P}} = \hat{\mathbf{V}} \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}} = \mathbf{I} \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{I} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{I} = \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T,$$

$$\hat{\mathbf{Q}} = (\hat{\mathbf{V}} - \hat{\mathbf{P}}) = (\mathbf{I} - \hat{\mathbf{P}}),$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}} \hat{\mathbf{A}} \mathbf{y} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \hat{\mathbf{A}} \mathbf{y}$$

$$\hat{\mathbf{e}} = \hat{\mathbf{V}}^{-1} \hat{\mathbf{Q}} \hat{\mathbf{A}} \mathbf{y} = \mathbf{I}^{-1} \hat{\mathbf{Q}} \hat{\mathbf{A}} \mathbf{y} = \hat{\mathbf{Q}} \hat{\mathbf{A}} \mathbf{y},$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \hat{\mathbf{e}}^T \hat{\mathbf{B}}^T \hat{\mathbf{B}} \hat{\mathbf{e}} = \frac{1}{n} \hat{\mathbf{e}}^T \hat{\mathbf{e}},$$

$$\hat{\mathbf{v}} = \hat{\mathbf{B}} \hat{\mathbf{e}} / \hat{\sigma} = \hat{\mathbf{e}} / \hat{\sigma}$$

$$\hat{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{W}_1 \hat{\mathbf{A}}^{-1} \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{W} \hat{\mathbf{A}}^{-1} \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}},$$

$$\hat{\mathbf{C}}_1 = \hat{\mathbf{B}} \mathbf{W}_1 \hat{\mathbf{A}}^{-1} \hat{\mathbf{B}}^{-1} = \mathbf{I} \mathbf{W} \hat{\mathbf{A}}^{-1} \mathbf{I}^{-1} = \mathbf{W} \hat{\mathbf{A}}^{-1},$$

$$\hat{\mathbf{C}}_2 = \mathbf{W}_2 \hat{\mathbf{B}}^{-1} = \mathbf{I} \mathbf{I} = \mathbf{I}$$

$$\hat{c}_2 = \text{tr}(\hat{\mathbf{C}}_2) = \text{tr}(\mathbf{I}) = n$$

$$\hat{c}_{22} = \text{tr}(\hat{\mathbf{C}}_2^T \hat{\mathbf{C}}_2 + \hat{\mathbf{C}}_2 \hat{\mathbf{C}}_2^T), \quad i, j = 1, 2$$

$$= \text{tr}(\mathbf{I}^T \mathbf{I} + \mathbf{I} \mathbf{I}) = \text{tr}(\mathbf{I} + \mathbf{I}) = 2 \text{tr}(\mathbf{I}) = 2n,$$

Sehingga $(n \hat{c}_{22} - 2 \hat{c}_2^2) = (n(2n) - 2n^2) = 0$, maka

$$\hat{\kappa} = \hat{\sigma}^2 \hat{c}_{11} + \hat{\boldsymbol{\eta}}^T \hat{\mathbf{Q}} \hat{\boldsymbol{\eta}}$$

$$\hat{\mathbf{g}} = (n \hat{c}_{22} - 2 \hat{c}_2^2) \hat{\boldsymbol{\kappa}} / \hat{\sigma}^2 = \mathbf{0},$$

maka Statistik Uji nya menjadi:

$$SC_i^{VSAR} = \frac{(\hat{v}_i^2 - 1)^2}{2}$$

Secara detail prosedur untuk mendeteksi ada/tidaknya pengamatan yang berpotensi sebagai outlier dapat digunakan algoritme berikut:

Algoritme 2.2: Algoritma Deteksi Outlier VWOM-SAR

Input:

Data Penelitian : $\{\mathbf{y}; \mathbf{X}\}$

Matriks Pembobot Spasial: $(\mathbf{W})$

Output:

1. Estimasi parameter model SAR dengan metode MLE sehingga diperoleh parameter spasial lag dependen $\hat{\rho}$

2. **Hitung:**

$$\hat{\mathbf{A}} = (\mathbf{I} - \hat{\rho}\mathbf{W}),$$

$$\hat{\mathbf{P}} = \mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T,$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \hat{\mathbf{A}} \mathbf{y},$$

$$\hat{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{W} \hat{\mathbf{A}}^{-1} \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}},$$

$$\hat{\mathbf{Q}} = (\mathbf{I} - \hat{\mathbf{P}}),$$

$$\hat{\mathbf{e}} = \hat{\mathbf{Q}} \hat{\mathbf{A}} \mathbf{y},$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \hat{\mathbf{e}}^T \hat{\mathbf{e}},$$

$$\hat{\mathbf{v}} = \hat{\mathbf{e}} / \hat{\sigma},$$

3. **Hitung Statistik Uji:**

Hitung nilai Statistik Uji SC untuk setiap pengamatan ke-i

$$SC_i^{VSAR} = \frac{(\hat{v}_i^2 - 1)^2}{2}$$

4. **Hitung:**

$$Sig. = P[SC_i^{VSAR} > \chi_1^2]$$

5. **Simpan:** $[SC_i^{VSAR} \quad Sig.]$

Berdasarkan Algoritme 2.2, maka sintaks R untuk deteksi outlier metode VWOM untuk model SAR adalah sbb:

Sintaks 2.2: Deteksi Outlier VWOM-SAR

```
VWOM.SAR=function(y,X,rho,W,alpha)
{
  n = length(y)
  In = diag(rep(1,n))
  bo= rep(1,n)
  X = cbind(bo,X)
  X = as.matrix(X)

  A = I - rho*W
  P = X%(solve(t(X)%X))%t(X)
  beta = (solve(t(X)%X))%t(X)%A%y #Coefficient
  eta = W%solve(A)%X%beta
  Q = In - P
  e = Q%A%y
  s2 = (1/n)*(t(e)%e)
  s2 = as.numeric(s2)
  v = e/sqrt(s2)

  #Score Statistic
  SC = (v^2-1)^2/2
  p_value = 1-pchisq(SC,df=1)
  ind = which(p_value < alpha)
  n.outlier=length(ind)

  #Save Output
  res=cbind(y,e,SC,p_value)
  res = round(res,digits=6)
  colnames(res) = c("Respon","Residual","SC","Sig.")
}
```

```

return(list(result=res,
n.outlier=n.outlier,ind.outlier=ind,alpha=alpha))
}

```

Dengan cara yang sama, Algoritma 2.2 dapat digunakan untuk deteksi outlier pada model *Spatial Durbin Model* (SDM). Dengan mengganti matriks $\mathbf{X}$ dan $\boldsymbol{\beta}$ pada model SAR dengan matriks $\mathbf{Z} = [\mathbf{1} \quad \mathbf{X} \quad \mathbf{WX}]$ dan $\boldsymbol{\theta} = [\alpha \quad \boldsymbol{\beta} \quad \gamma]^T$, dengan

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np} \end{pmatrix}, \text{ maka Algoritme 2.2 dapat digunakan}$$

deteksi outlier dengan metode VWOM pada model SDM.

1

2.4. VWOM pada Model Spatial Error Model (SEM)

Sub Bab ini akan membahas tentang deteksi outlier untuk model SEM dengan metode VWOM. Dengan menggunakan pendekatan VWOM, maka model SEM dapat dituliskan sebagai:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{D}_a \boldsymbol{\delta} + \mathbf{u}$$

$$\mathbf{u} = \lambda \mathbf{W}_2 \mathbf{u} + \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_a$$

dengan $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_a \sim N(0, \sigma^2 \boldsymbol{\Omega}_a^{-1})$.

Model SEM, berdasarkan persamaan regresi spasial umum, diperoleh ketika parameter $\rho = 0$, $\mathbf{W}_2 = \mathbf{W}$ dan $\mathbf{W}_1 = \mathbf{I}$, sehingga berakibat:

$$\hat{\mathbf{A}} = (\mathbf{I} - \hat{\rho} \mathbf{W}) = \mathbf{I},$$

$$\hat{\mathbf{B}} = (\mathbf{I} - \hat{\lambda} \mathbf{W}),$$

$$\hat{\mathbf{V}} = \hat{\mathbf{B}}^T \hat{\mathbf{B}},$$

$$\hat{\mathbf{P}} = \hat{\mathbf{V}}\mathbf{X}(\mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}}\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}},$$

$$\hat{\mathbf{Q}} = (\hat{\mathbf{V}} - \hat{\mathbf{P}}),$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}}\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}}\hat{\mathbf{A}}\mathbf{y} = (\mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}}\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}}\mathbf{y}$$

$$\hat{\mathbf{e}} = \hat{\mathbf{V}}^{-1}\hat{\mathbf{Q}}\hat{\mathbf{A}}\mathbf{y} = \hat{\mathbf{V}}^{-1}\hat{\mathbf{Q}}\mathbf{I}\mathbf{y} = \hat{\mathbf{V}}^{-1}\hat{\mathbf{Q}}\mathbf{y},$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \hat{\mathbf{e}}^T \mathbf{V} \hat{\mathbf{e}},$$

$$\hat{\mathbf{v}} = \hat{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{e}}/\hat{\sigma},$$

$$\hat{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{W}_1 \hat{\mathbf{A}}^{-1} \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}} = \boldsymbol{\Pi}^{-1} \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}},$$

$$\hat{\mathbf{C}}_1 = \hat{\mathbf{B}}\mathbf{W}_1 \hat{\mathbf{A}}^{-1} \hat{\mathbf{B}}^{-1} = \hat{\mathbf{B}}\boldsymbol{\Pi}^{-1} \hat{\mathbf{B}}^{-1} = \hat{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{B}}^{-1},$$

$$\mathbf{C}_2 = \mathbf{W}_2 \hat{\mathbf{B}}^{-1} = \mathbf{W}\hat{\mathbf{B}}^{-1}$$

maka Statistik Uji nya menjadi:

$$SC_i^{VSEM} = \frac{(\hat{v}_i^2 - 1)^2}{(2 - 4\hat{m}_i/\hat{g})}$$

Secara detail prosedur untuk mendeteksi ada/tidaknya pengamatan yang berpotensi sebagai outlier dapat digunakan algoritme berikut:

Algoritme 2.3: Algoritma Deteksi Outlier VWOM-SEM

Input:

Data Penelitian : $\{\mathbf{y}; \mathbf{X}\}$

Matriks Pembobot Spasial: $(\mathbf{W})$

Output:

1. Estimasi parameter model SEM dengan metode MLE sehingga diperoleh parameter spasial lag error $\hat{\lambda}$
 2. **Hitung:**
-

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{B}} &= (\mathbf{I} - \hat{\lambda} \mathbf{W}), \\
\hat{\mathbf{V}} &= \hat{\mathbf{B}}^T \hat{\mathbf{B}}, \\
\hat{\mathbf{P}} &= \hat{\mathbf{V}} \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}}, \\
\hat{\boldsymbol{\beta}} &= (\mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}} \mathbf{y}, \\
\hat{\boldsymbol{\eta}} &= \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}}, \\
\hat{\mathbf{Q}} &= (\hat{\mathbf{V}} - \hat{\mathbf{P}}), \\
\hat{\mathbf{e}} &= \hat{\mathbf{V}}^{-1} \hat{\mathbf{Q}} \mathbf{y}, \\
\hat{\sigma}^2 &= \frac{1}{n} \hat{\mathbf{e}}^T \mathbf{V} \hat{\mathbf{e}}, \\
\hat{\mathbf{v}} &= \hat{\mathbf{B}} \hat{\mathbf{e}} / \hat{\sigma}, \\
\hat{\mathbf{C}}_1 &= \hat{\mathbf{B}} \hat{\mathbf{B}}^{-1}, \\
\hat{\mathbf{C}}_2 &= \mathbf{W} \hat{\mathbf{B}}^{-1}, \\
\hat{c}_i &= \text{tr}(\hat{\mathbf{C}}_i), \\
\hat{c}_{ij} &= \text{tr}(\hat{\mathbf{C}}_i^T \hat{\mathbf{C}}_j + \hat{\mathbf{C}}_i \hat{\mathbf{C}}_j), \quad i, j = 1, 2. \\
\hat{\kappa} &= \hat{\sigma}^2 \hat{c}_{11} + \hat{\boldsymbol{\eta}}^T \hat{\mathbf{Q}} \hat{\boldsymbol{\eta}} - \hat{\sigma}^2 \frac{(n \hat{c}_{12}^2 - 4 \hat{c}_1 \hat{c}_2 \hat{c}_{12} + 2 \hat{c}_1^2 \hat{c}_{22})}{(n \hat{c}_{22} - 2 \hat{c}_2^2)} \\
\hat{s} &= \hat{c}_{11} + \hat{\boldsymbol{\eta}}^T \hat{\mathbf{Q}} \hat{\boldsymbol{\eta}} / \hat{\sigma}^2, \\
\hat{g} &= (n \hat{c}_{22} - 2 \hat{c}_2^2) \hat{\kappa} / \hat{\sigma}^2 \\
\hat{m}_i &= (n \hat{c}_{22} - 2 \hat{c}_2^2) \hat{c}_{1ii}^2 + (n \hat{s} - 2 \hat{c}_1^2) \hat{c}_{2ii}^2 \\
&\quad + 2(2 \hat{c}_1 \hat{c}_2 - n \hat{c}_{12}) \hat{c}_{1ii}^2 \hat{c}_{2ii}^2 + 2(\hat{c}_{12} \hat{c}_2 - \hat{c}_{22} \hat{c}_1) \hat{c}_{1ii}^2 \\
&\quad + 2(\hat{c}_{12} \hat{c}_1 - \hat{s} \hat{c}_2) \hat{c}_{2ii}^2 + \frac{1}{2}(\hat{s} \hat{c}_{22} - \hat{c}_{12}^2)
\end{aligned}$$

3. Hitung Statistik Uji:

Hitung nilai Statistik Uji SC untuk setiap pengamatan ke-i

$$SC_i^{VSEM} = \frac{(\hat{v}_i^2 - 1)^2}{(2 - 4\hat{m}_i/\hat{g})}$$

4. **Hitung:**

$$Sig. = P[SC_i^{SEM} > \chi_1^2]$$

5. **Simpan:** $[SC_i^{SEM} \quad Sig.]$

Berdasarkan Algoritme 2.3, maka sintaks R untuk deteksi outlier metode VWOM untuk model SEM adalah sbb:

Sintaks 2.3: Deteksi Outlier VWOM-SEM

```
VWOM.SEM=function(y,X,lambd,W,alpha)
{
  n = length(y)
  In = diag(rep(1,n))
  bo= rep(1,n)
  X = cbind(bo,X)
  X = as.matrix(X)

  B = In - lambda*W
  V = t(B)%*%B
  P = V%*%X%*(solve(t(X)%*%V%*%X))%*%t(X)%*%V
  beta = (solve(t(X)%*%V%*%X))%*%t(X)%*%V%*%y #Coefficient
  eta = X%*%beta
  Q = V - P
  e = solve(V)%*%Q%*%y
  s2 = (1/n)*(t(e)%*%V%*%e)
  s2 = as.numeric(s2)
  v = (B%*%e)/sqrt(s2)

  C1 = B%*%solve(B)
  C2 = W%*%solve(B)
  cli = diag(C1)
```



```

c2i = diag(C2)
c1 = sum(diag(C1))
c2 = sum(diag(C2))
c11 = sum(diag(t(C1)%*%C1+C1%*%C1))
c12 = sum(diag(t(C1)%*%C2+C1%*%C2))
c22 = sum(diag(t(C2)%*%C2+C2%*%C2))

k = s2*c11 + t(eta)%*%Q%*%eta - s2*(n*c12^2-
4*c1*c2*c12+2*(c1^2)*c22)/(n*c22-2*c2^2)
s = c11 + (t(eta)%*%Q%*%eta)/s2
g = (n*c22-2*c2^2)*k/s2

m1 = (n*c22-2*c2^2)*c1i^2
m2 = (n*s-2*c1^2)*c2i^2
m3 = 2*(2*c1*c2-n*c12)*c1i*c2i
m4 = 2*(c12*c2-c22*c1)*c1i
m5 = 2*(c12*c1-s*c2)*c2i
m6 = 0.5*(s*c22-c12^2)
m = m1+m2+m3+m4+m5+m6

#Score Statistic
SC = (v^2-1)^2/(2 - 4*m/g)
p_value = 1-pchisq(SC,df=1)
ind = which(p_value < alpha)
n.outlier=length(ind)

#Save Output
res=cbind(y,e,SC,p_value)
res = round(res,digits=6)
colnames(res) = c("Respon","Residual","SC","Sig.")

return(list(result=res, n.outlier=n.outlier,ind.outlier=ind,
alpha=alpha))
}

```

Dengan cara yang sama, Algoritma 2.3 dapat digunakan untuk deteksi outlier pada model *Spatial Durbin Error Model* (SDEM). $\mathbf{X}$ dan $\boldsymbol{\beta}$ pada model SEM dengan matriks $\mathbf{Z} = [\mathbf{1} \quad \mathbf{X} \quad \mathbf{WX}]$ dan

$$\boldsymbol{\theta} = [\alpha \quad \boldsymbol{\beta} \quad \boldsymbol{\gamma}]^T, \text{ dengan } \mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np} \end{pmatrix}, \text{ maka}$$

Algoritme 2.3 dapat digunakan deteksi outlier dengan metode VWOM pada model SDEM.

1

2.5. VWOM pada Model Spatial Autoregressive Combined (SAC)

Sub Bab ini akan membahas tentang deteksi outlier untuk model SAC dengan metode VWOM. *Spatial Autoregressive Combined* (SAC) merupakan model dimana efek spasial melekat pada variabel respond dan komponen error model. Dapat dikatakan juga bahwa model SAC ini adalah model gabungan antara SAR dan SEM, atau disebut juga dengan model *Spatial Autoregressive Moving Average* (SARMA). Dengan menggunakan pendekatan VWOM, maka model SAC dapat dituliskan sebagai:

$$\mathbf{y} = \rho \mathbf{W}_1 \mathbf{y} + \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}$$

$$\mathbf{u} = \lambda \mathbf{W}_2 \mathbf{u} + \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_a$$

dengan $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_a \sim N(0, \sigma^2 \boldsymbol{\Omega}_a^{-1})$.

Model SAC, berdasarkan persamaan regresi spasial umum, diperoleh ketika parameter $\rho \neq 0$, $\lambda \neq 0$ dan $\mathbf{W}_1 = \mathbf{W}_2 = \mathbf{W}$, sehingga berakibat:

$$\hat{\mathbf{A}} = (\mathbf{I} - \hat{\rho} \mathbf{W}),$$

$$\hat{\mathbf{B}} = (\mathbf{I} - \hat{\lambda} \mathbf{W}),$$

$$\hat{\mathbf{V}} = \hat{\mathbf{B}}^T \hat{\mathbf{B}},$$

$$\hat{\mathbf{P}} = \hat{\mathbf{V}}\mathbf{X}(\mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}}\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}},$$

$$\hat{\mathbf{Q}} = (\hat{\mathbf{V}} - \hat{\mathbf{P}}),$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}}\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}}\hat{\mathbf{A}}\mathbf{y}$$

$$\hat{\mathbf{e}} = \hat{\mathbf{V}}^{-1}\hat{\mathbf{Q}}\hat{\mathbf{A}}\mathbf{y},$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \hat{\mathbf{e}}^T \mathbf{V} \hat{\mathbf{e}},$$

$$\hat{\mathbf{v}} = \hat{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{e}}/\hat{\sigma},$$

$$\hat{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{W}_1 \hat{\mathbf{A}}^{-1} \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{W} \hat{\mathbf{A}}^{-1} \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}},$$

$$\hat{\mathbf{C}}_1 = \hat{\mathbf{B}}\mathbf{W}\hat{\mathbf{A}}^{-1}\hat{\mathbf{B}}^{-1},$$

$$\mathbf{C}_2 = \mathbf{W}\hat{\mathbf{B}}^{-1}$$

maka Statistik Uji nya menjadi:

$$SC_i^{\text{VSAC}} = \frac{(\hat{v}_i^2 - 1)^2}{(2 - 4\hat{m}_i/\hat{g})}$$

Secara detail prosedur untuk mendeteksi ada/tidaknya pengamatan yang berpotensi sebagai outlier dapat digunakan algoritme berikut:

Algoritme 2.4: Algoritma Deteksi Outlier VWOM-SAC

Input:

Data Penelitian : $\{\mathbf{y}; \mathbf{X}\}$

Matriks Pembobot Spasial: $(\mathbf{W})$

Output:

1. Estimasi parameter model SAC dengan metode MLE sehingga diperoleh parameter spasial lag dependen $\hat{\rho}$ dan koefisien spasial lag error $\hat{\lambda}$
 2. **Hitung:**
-

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{A}} &= (\mathbf{I} - \hat{\rho} \mathbf{W}), \\
\hat{\mathbf{B}} &= (\mathbf{I} - \hat{\lambda} \mathbf{W}), \\
\hat{\mathbf{V}} &= \hat{\mathbf{B}}^T \hat{\mathbf{B}}, \\
\hat{\mathbf{P}} &= \hat{\mathbf{V}} \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}}, \\
\hat{\boldsymbol{\beta}} &= (\mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \hat{\mathbf{V}} \hat{\mathbf{A}} \mathbf{y}, \\
\hat{\boldsymbol{\eta}} &= \mathbf{W} \hat{\mathbf{A}}^{-1} \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}}, \\
\hat{\mathbf{Q}} &= (\hat{\mathbf{V}} - \hat{\mathbf{P}}), \\
\hat{\mathbf{e}} &= \hat{\mathbf{V}}^{-1} \hat{\mathbf{Q}} \hat{\mathbf{A}} \mathbf{y}, \\
\hat{\sigma}^2 &= \frac{1}{n} \hat{\mathbf{e}}^T \mathbf{V} \hat{\mathbf{e}}, \\
\hat{\mathbf{v}} &= \hat{\mathbf{B}} \hat{\mathbf{e}} / \hat{\sigma}, \\
\hat{\mathbf{C}}_1 &= \hat{\mathbf{B}} \mathbf{W} \hat{\mathbf{A}}^{-1} \hat{\mathbf{B}}^{-1}, \\
\hat{\mathbf{C}}_2 &= \mathbf{W} \hat{\mathbf{B}}^{-1}, \\
\hat{c}_i &= \text{tr}(\hat{\mathbf{C}}_i), \\
\hat{c}_{ij} &= \text{tr}(\hat{\mathbf{C}}_i^T \hat{\mathbf{C}}_j + \hat{\mathbf{C}}_i \hat{\mathbf{C}}_j), \quad i, j = 1, 2. \\
\hat{\kappa} &= \hat{\sigma}^2 \hat{c}_{11} + \hat{\boldsymbol{\eta}}^T \hat{\mathbf{Q}} \hat{\boldsymbol{\eta}} - \hat{\sigma}^2 \frac{(n \hat{c}_{12}^2 - 4 \hat{c}_1 \hat{c}_2 \hat{c}_{12} + 2 \hat{c}_1^2 \hat{c}_{22})}{(n \hat{c}_{22} - 2 \hat{c}_2^2)} \\
\hat{s} &= \hat{c}_{11} + \hat{\boldsymbol{\eta}}^T \hat{\mathbf{Q}} \hat{\boldsymbol{\eta}} / \hat{\sigma}^2, \\
\hat{g} &= (n \hat{c}_{22} - 2 \hat{c}_2^2) \hat{\kappa} / \hat{\sigma}^2 \\
\hat{m}_i &= (n \hat{c}_{22} - 2 \hat{c}_2^2) \hat{c}_{1ii}^2 + (n \hat{s} - 2 \hat{c}_1^2) \hat{c}_{2ii}^2 \\
&\quad + 2(2 \hat{c}_1 \hat{c}_2 - n \hat{c}_{12}) \hat{c}_{1ii}^2 \hat{c}_{2ii}^2 + 2(\hat{c}_{12} \hat{c}_2 - \hat{c}_{22} \hat{c}_1) \hat{c}_{1ii}^2 \\
&\quad + 2(\hat{c}_{12} \hat{c}_1 - \hat{s} \hat{c}_2) \hat{c}_{2ii}^2 + \frac{1}{2}(\hat{s} \hat{c}_{22} - \hat{c}_{12}^2)
\end{aligned}$$

3. **Hitung Statistik Uji:**

Hitung nilai Statistik Uji SC untuk setiap pengamatan ke-i

$$SC_i^{VSAC} = \frac{(\hat{v}_i^2 - 1)^2}{(2 - 4\hat{m}_i / \hat{g})}$$

4. **Hitung:**

$$Sig. = P[SC_i^{VSAC} > \chi_1^2]$$

5. **Simpan:** $[SC_i^{VSAC} \quad Sig.]$

Berdasarkan Algoritme 2.4, maka sintaks R untuk deteksi outlier metode VWOM untuk model SAC adalah sbb:

Sintaks 2.4: Deteksi Outlier VWOM-SAC

```
VWOM.SAC=function(y,X,rho,lambd,W,alpha)
{
  n = length(y)
  In = diag(rep(1,n))
  bo= rep(1,n)
  X = cbind(bo,X)
  X = as.matrix(X)

  A = In - rho*W
  B = In - lambda*W
  V = t(B)%*%B
  P = V%*%X%*(solve(t(X)%*%V%*%X))%*%t(X)%*%V
  beta = (solve(t(X)%*%V%*%X))%*%t(X)%*%V%*%A%*%y
  #Coefficient
  eta = W%*%solve(A)%*%X%*%beta
  Q = V - P
  e = solve(V)%*%Q%*%A%*%y
  s2 = (1/n)*(t(e)%*%V%*%e)
  s2 = as.numeric(s2)
  v = (B%*%e)/sqrt(s2)
```

```

C1 = B%%W%%solve(A)%%solve(B)
C2 = W%%solve(B)
c1i = diag(C1)
c2i = diag(C2)
c1 = sum(diag(C1))
c2 = sum(diag(C2))
c11 = sum(diag(t(C1)%%C1+C1%%C1))
c12 = sum(diag(t(C1)%%C2+C1%%C2))
c22 = sum(diag(t(C2)%%C2+C2%%C2))

k = s2*c11 + t(eta)%%Q%%eta - s2*(n*c12^2-
4*c1*c2*c12+2*(c1^2)*c22)/(n*c22-2*c2^2)
s = c11 + (t(eta)%%Q%%eta)/s2
g = (n*c22-2*c2^2)*k/s2

m1 = (n*c22-2*c2^2)*c1i^2
m2 = (n*s-2*c1^2)*c2i^2
m3 = 2*(2*c1*c2-n*c12)*c1i*c2i
m4 = 2*(c12*c2-c22*c1)*c1i
m5 = 2*(c12*c1-s*c2)*c2i
m6 = 0.5*(s*c22-c12^2)
m = m1+m2+m3+m4+m5+m6

#Score Statistic
SC = (v^2-1)^2/(2 - 4*m/g)
p_value = 1-pchisq(SC,df=1)
ind = which(p_value < alpha)
n.outlier=length(ind)

#Save Output
res=cbind(y,e,SC,p_value)
res = round(res,digits=6)
colnames(res) = c("Respon","Residual","SC","Sig.")

```

```

return(list(result=res, n.outlier=n.outlier, ind.outlier=ind,
alpha=alpha))
}

```

2.6. Aplikasi VSOM Pada Data Spasial

Contoh aplikasi menggunakan data yang sama seperti pada sub bab 1.6 (**Data AHH Jawa Tengah.csv**) dengan Matriks pembobot dibuat dengan menggunakan file peta **jateng.shp**. Pengolahan data dapat dilakukan dengan langkah-langkah sbb:

1. Siapkan file Data dan Matriks Pembobot yang akan digunakan. Masing-masing file dibuat dalam format ***.csv**. Bila matriks pembobot akan dibuat berdasarkan peta, maka perlu disiapkan file ***.shp** yang sesuai dengan data spasial yang digunakan.
2. Install paket R yang dibutuhkan, seperti: *tmap*, *raster*, *spdep*, *stats*, *spatialreg*, dan *rgdal*.
3. Membuat file sintaks yang berisi daftar fungsi/ algoritme yang digunakan, misalnya disimpan dengan nama **List Function Bab2.R**.

Untuk mencetak hasil deteksi outlier di R-Console perlu ditambahkan sintaks berikut pada List Function yang digunakan.

Sintaks 2.5: Sintaks Cetak Output Model VWOM

```

Print.VWOM = function(VWOM)
{
  cat('-----\n')
  cat('  Outlier Detection using Variance Weight Outlier
      Model\n')
  cat('-----\n')
  cat('Significance level :',VWOM$alpha,'\n')
  cat('Number of Outliers :',VWOM$n.outlier,'\n')
  cat('Observation Number :',VWOM$ind.outlier,'\n')
}

```

```

cat('-----\n')
cat("Tabel Output Deteksi Outlier :\n")
cat('-----\n')
print(VWOM$result)
cat('-----\n')
}

```

4. Letakkan file-file Data, Matriks Pembobot, Peta SHP, dan sintaks yang digunakan dalam satu folder, misalkan dengan nama folder **Sintaks dan Data Buku**.
5. Pindahkan Direktori Kerja R-Studio ke Folder yang telah dibuat.
6. Susun sintaks untuk deteksi Outlier dengan menggunakan semua model regresi spasial, seperti pada Sintaks 2.6, kemudian run untuk setiap barisnya.
7. Analisis Output model VWOM.

Sintaks 2.6: Sintaks Deteksi Outlier dengan Metode VWOM untuk data Angka Harapan Hidup Jawa Tengah

```

#BAB 2 Deteksi Outlier VWOM
library(tmap)
library(raster)
library(stats)
library(spdep)
library(spatialreg)
library(rgdal)

#Aktifkan file List Function Bab1.R
source('List Function Bab2.R')
options(warn=-1)

#Input Shp File
spJateng <- shapefile("jateng.shp")

```



```

#Import data
data=read.csv("Data AHH Central Java.csv",header=T,sep=",")
head(data,5)
mydata = data[,-1]#remove location name
Y = mydata[,1]#Respon
X = mydata[,2:ncol(mydata)]

#MATRIKS PEMBOBOT
queen.nb=poly2nb(spJateng) #Pembobot queen
queen.nb
queen.listw=nb2listw(queen.nb) #convert nb to listw type
queen.jateng= queen.listw
queen.jateng

rook.nb=poly2nb(spJateng,queen=FALSE) #Pembobot rook
rook.listw=nb2listw(rook.nb) #convert nb to listw type
rook.jateng= rook.listw

#Menyimpan Matriks Pembobot
bobot.queen = listw2mat(queen.listw) #convert listw to matrix
write.csv(bobot.queen,file="Matriks Bobot Queen.csv", row.names
= FALSE)
bobot.rook = listw2mat(rook.listw) #convert listw to matrix
write.csv(bobot.rook, "Matriks Bobot Rook.csv",row.names =
FALSE)

#Detection Outlier in Spatial Regression
#Create New Data
spdata = cbind(Y,X)
lagX = create_WX(X,queen.listw,prefix = "lag")#Create Lag X
Z = cbind(X,lagX)
spdata.mixed = cbind(Y,X,lagX)
reg.eq = Y~.

```

#2.1 VWOM-SCR

```
Model.SCR = lm(reg.eq,spdata.mixed)
summary(Model.SCR)
SCR.VWOM = VWOM.SCR(Y,Z,alpha=0.05)
Print.VWOM(SCR.VWOM)
```

#2.2 VWOM-SAR

```
Model.SAR = lagsarlm(reg.eq,spdata,queen.listw)
summary(Model.SAR)
rho = Model.SAR$rho
SAR.VWOM = VWOM.SAR(Y,X,rho,bobot.queen,alpha=0.05)
Print.VWOM(SAR.VWOM)
Model.SDM = lagsarlm(reg.eq,spdata.mixed,queen.listw)
summary(Model.SDM)
rho = Model.SDM$rho
SDM.VWOM = VWOM.SAR(Y,Z,rho,bobot.queen,alpha=0.05)
Print.VWOM(SDM.VWOM)
```

#2.3 VWOM-SEM

```
Model.SEM = errorsarlm(reg.eq,spdata,queen.listw)
summary(Model.SEM)
lambda = Model.SEM$lambda
SEM.VWOM = VWOM.SEM(Y,X,lambda,bobot.queen,alpha=0.05)
Print.VWOM(SEM.VWOM)
```

```
Model.SDEM = errorsarlm(reg.eq,spdata.mixed,queen.listw)
summary(Model.SDEM)
lambda = Model.SDEM$lambda
SDEM.VWOM =
VWOM.SEM(Y,Z,lambda,bobot.queen,alpha=0.05)
Print.VWOM(SDEM.VWOM)
```

#2.4 VWOM-SAC

```

Model.SAC = sacsarlml(reg.eq,spdata,queen.listw)
summary(Model.SAC)
rho = Model.SAC$rho
lambda = Model.SAC$lambda
SAC.VWOM =
VWOM.SAC(Y,X,rho,lambda,bobot.queen,alpha=0.05)
Print.VWOM(SAC.VWOM)

```

Berikut adalah contoh output deteksi outlier pada model SAR:

```

> summary(Model.SAR)
Call: 17 sarlm(formula = reg.eq, data = spdata, listw =
queen.listw)

Residuals:
      Min       1Q   Median       3Q      Max
-3.72025 -0.59036  0.22930  0.85226  1.71449

Type: lag
Coefficients: (asymptotic standard errors)
              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept)  1.0972e+02  1.2762e+01  8.5977 < 2.2e-16
RLS          6.6664e-01  3.1945e-01  2.0868  0.036906
PHBSP       3.5261e-02  2.4646e-02  1.4307  0.152508
PA          3.7194e-04  4.1411e-04  0.8982  0.369098
MSKN       -1.9406e-01  6.3161e-02 -3.0724  0.002123
PGLRN      -9.0458e-06  2.0260e-04 -0.0446  0.964387
6
Rho: -0.54303, LR test value: 6.5573, p-value: 0.010446
Asymptotic standard error: 0.17203
      z-value: -3.1566, p-value: 0.0015964
Wald statistic: 9.9639, p-value: 0.0015964

Log likelihood: -54.80605 for lag model
ML residual variance (sigma squared): 1.2593, (sigma: 1.1222)
Number of observations: 35
Number of parameters estimated: 8
AIC: 125.61, (AIC for lm: 130.17)
LM test for residual autocorrelation
test value: 1.0479, p-value: 0.30598

> rho = Model.SAR$rho
> SAR.VWOM = VWOM.SAR(Y,X,rho,bobot.queen,alpha=0.05)
> Print.VWOM(SAR.VWOM)
-----
      Outlier Detection using Variance Weight Outlier Model
-----
Significance level : 0.05
Number of Outliers : 2
Observation Number : 4 30
-----
Tabel Output Deteksi Outlier :

```

	Respon	Residual	SC	Sig.
[1,]	71.30	-0.692350	0.191792	0.661429
[2,]	76.00	0.959264	0.036252	0.848997
[3,]	75.42	0.279786	0.439769	0.507234
[4,]	71.14	-2.857931	15.048944	0.000105
[5,]	77.49	0.882219	0.072936	0.787109
[6,]	75.55	1.714486	0.890144	0.345438
[7,]	75.57	-0.030723	0.499251	0.479830
[8,]	74.32	0.981649	0.027557	0.868156
[9,]	74.26	-0.331534	0.416524	0.518676
[10,]	72.91	-0.807943	0.115981	0.733435
[11,]	72.98	0.229295	0.459120	0.498036
[12,]	73.46	-0.815744	0.111187	0.738797
[13,]	75.80	1.024009	0.013994	0.905833
[14,]	73.39	-0.488369	0.328536	0.566522
[15,]	76.44	0.901589	0.062833	0.802073
[16,]	74.23	-0.825764	0.105113	0.745779
[17,]	77.06	0.170711	0.477125	0.489727
[18,]	77.21	-1.043089	0.009244	0.923403
[19,]	76.98	-0.170929	0.477068	0.489754
[20,]	74.19	-1.283738	0.047645	0.827214
[21,]	76.66	-0.484673	0.330856	0.565156
[22,]	76.62	0.719947	0.173102	0.677370
[23,]	74.24	0.361096	0.401816	0.526153
[24,]	72.98	-0.101783	0.491807	0.483122
[25,]	77.31	0.964084	0.034297	0.853077
[26,]	75.68	-0.098462	0.492331	0.482889
[27,]	74.46	0.580409	0.268265	0.604498
[28,]	75.27	0.601586	0.253903	0.614340
[29,]	73.24	-1.115660	0.000067	0.993475
[30,]	68.61	-3.720250	49.907700	0.000000
[31,]	75.72	0.979784	0.028243	0.866539
[32,]	73.99	1.694244	0.818533	0.365610
[33,]	74.50	0.323269	0.420456	0.516710
[34,]	73.33	0.679220	0.200751	0.654115
[35,]	73.79	0.822294	0.107205	0.743349

Berdasarkan output tersebut, dengan tingkat signifikansi $\alpha=5\%$, dapat disimpulkan bahwa pada model SAR terdapat dua pengamatan yang berpotensi sebagai outlier, yaitu pada lokasi pengamatan ke-4 (Tegal) dan ke-30 (Brebes). Oleh karena itu diperlukan perbaikan model SAR untuk mengakomodasi adanya outlier. Sedangkan secara keseluruhan, dengan menggunakan metode VWOM, diperoleh informasi pengamatan yang berpotensi pada masing-masing model seperti pada Tabel 2.1 berikut:

Tabel 2.1. Pengamatan berpotensi sebagai Outlier dengan Metode VWOM

Model	Banyaknya Outlier	Nomor Pengamatan
SCR	1	4
SAR	2	4 dan 30
SDM	1	4
SEM	2	4 dan 30
SDEM	1	4
SAC	2	4 dan 30

BAB 3

MODIFIKASI MODEL REGRESI SPASIAL

3.1. Modifikasi Model Regresi Spasial dengan Metode Mean Shift Outlier Model (MSOM)

Setelah outlier terdeteksi, pertanyaan yang menarik adalah bagaimana mengakomodasi outlier tersebut? seperti yang ditunjukkan oleh Beckman dan Cook (1983). Cukup membuang outlier dari data tidak direkomendasikan karena alasan yang tepat dari suatu pengamatan adalah outlier tidak jelas dalam banyak kasus dan outlier terkadang berisi informasi yang berguna. Zhang dan King (2005) menyarankan penambahan bobot di lokasi outlier atau pengamatan yang berpengaruh untuk menggabungkan data ini dan mereka menemukan model yang dimodifikasi memiliki peningkatan penting pada model yang didalilkan. Ide ini dapat digunakan di sini untuk mengakomodasi outlier dengan berdasarkan pada model pergeseran rata-rata, atau dikenal dengan *Mean-Shift Outlier Model* (MSOM). Oleh karena itu, salah satu cara untuk mengakomodasi adanya outlier adalah dengan memodifikasi model regres spasial tanpa menghilangkan pengamatan yang berpotensi sebagai outlier.

Tinjau kembali Persamaan (1.7) pada Bab I. Jika $a = \{i_1, \dots, i_m\}$ adalah pengamatan yang telah dideteksi sebagai outlier, maka modifikasi dari model regresi spasial dapat dilakukan dengan menggeser rata-rata data dengan membentuk komponen $\mathbf{D}_a = \{\mathbf{d}_{i_1}, \dots, \mathbf{d}_{i_m}\}$. Untuk itu secara umum modifikasi modelnya dapat ditulis sbb (Dai *et al.*, 2016):

$$\begin{aligned}\mathbf{y} &= \rho \mathbf{W}_1 \mathbf{y} + \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{D}_a \boldsymbol{\delta} + \mathbf{u} \\ \mathbf{u} &= \lambda \mathbf{W}_2 \mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon}\end{aligned}\tag{3.1}$$

dengan $\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I})$,

$\boldsymbol{\delta}$: vektor parameter berukuran $m \times 1$,

$a = \{i_1, \dots, i_m\} (m < n)$

$\mathbf{D}_a = \{\mathbf{d}_{i_1}, \dots, \mathbf{d}_{i_m}\}$: matriks berukuran $m \times n$

$\mathbf{d}_{i_k}$ adalah vektor berukuran $n \times 1$ dengan elemen ke- i sama dengan 1, sedangkan sisanya sama dengan 0, $k = 1, 2, \dots, m$. Sedangkan matriks dan vektor lainnya sama seperti pada persamaan (1.1). $\mathbf{D}_a$ dapat dianggap sebagai matriks indikator untuk pengamatan yang diindeks oleh a .

3.1.1. Modifikasi Model SCR

Secara umum, model SCR dapat dituliskan sbb:

$$\mathbf{y} = \alpha \mathbf{1} + \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{W} \mathbf{X} \boldsymbol{\gamma} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

Dengan pendekatan MSOM, maka model SCR dapat dituliskan sebagai:

$$\mathbf{y} = \alpha \mathbf{1} + \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{W} \mathbf{X} \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{D}_a \boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$= [\mathbf{1} \quad \mathbf{X} \quad \mathbf{W} \mathbf{X} \quad \mathbf{D}_a] \begin{bmatrix} \alpha \\ \boldsymbol{\beta} \\ \boldsymbol{\gamma} \\ \boldsymbol{\delta} \end{bmatrix} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$= \mathbf{Z} \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

dengan $\mathbf{Z} = [\mathbf{1} \quad \mathbf{X} \quad \mathbf{W} \mathbf{X} \quad \mathbf{D}_a]$, $\boldsymbol{\theta} = [\alpha \quad \boldsymbol{\beta} \quad \boldsymbol{\gamma} \quad \boldsymbol{\delta}]^T$,

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np} \end{pmatrix}, \text{ dan } \boldsymbol{\varepsilon} \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I}). \text{ Sehingga untuk}$$

estimasi parameter $\boldsymbol{\theta} = [\alpha \ \beta \ \gamma \ \delta]^T$ dapat digunakan metode OLS.

Prosedur Pemodelan Modifikasi SCR

1. Inputkan $a = \{i_1, \dots, i_m\}$ indeks data pengamatan yang menjadi outlier
2. Bentuk matriks $\mathbf{D}_a$
3. Bentuk matriks variabel prediktor gabungan,

$$\mathbf{Z} = [\mathbf{1} \ \mathbf{X} \ \mathbf{WX} \ \mathbf{D}_a]$$
4. Estimasi $\boldsymbol{\theta} = [\alpha \ \beta \ \gamma \ \delta]^T$ dengan metode OLS

3.1.2. Modifikasi Model SAR

Secara umum, model SAR dapat dituliskan sbb:

$$\mathbf{y} = \rho \mathbf{W}_1 \mathbf{y} + \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

Dengan pendekatan MSOM, maka model SAR dapat dituliskan sebagai:

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \rho \mathbf{W}_1 \mathbf{y} + \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{D}_a \boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\varepsilon} \\ &= \rho \mathbf{W}_1 \mathbf{y} + [\mathbf{X} \ \mathbf{D}_a] \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta} \\ \boldsymbol{\delta} \end{bmatrix} + \boldsymbol{\varepsilon} \\ &= \rho \mathbf{W}_1 \mathbf{y} + \mathbf{Z} \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\varepsilon} \end{aligned}$$

dengan $\mathbf{Z} = [\mathbf{X} \ \mathbf{D}_a]$, $\boldsymbol{\theta} = [\boldsymbol{\beta} \ \boldsymbol{\delta}]^T$, dan $\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I})$. Sehingga untuk estimasi parameter modifikasi dapat dilakukan dengan metode MLE, dengan cara sama seperti pada model SAR yang asli.

Prosedur Pemodelan Modifikasi SCR

1. Inputkan $a = \{i_1, \dots, i_m\}$ indeks data pengamatan yang menjadi outlier
2. Bentuk matriks $\mathbf{D}_a$
3. Bentuk matriks variabel prediktor gabungan, $\mathbf{Z} = [\mathbf{X} \quad \mathbf{D}_a]$
4. Estimasi $\boldsymbol{\theta} = [\boldsymbol{\beta} \quad \boldsymbol{\delta}]^T$ dengan metode MLE seperti model SAR aslinya.

3.1.3. Modifikasi Model SDM

Secara umum, model SDM dapat dituliskan sbb:

$$\mathbf{y} = \rho \mathbf{W}\mathbf{y} + \alpha \mathbf{1} + \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{W}\mathbf{X}\boldsymbol{\gamma} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

Dengan pendekatan MSOM, maka model SDM dapat dituliskan sebagai:

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \rho \mathbf{W}\mathbf{y} + \alpha \mathbf{1} + \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{W}\mathbf{X}\boldsymbol{\gamma} + \mathbf{D}_a \boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\varepsilon} \\ &= \rho \mathbf{W}\mathbf{y} + [\mathbf{1} \quad \mathbf{X} \quad \mathbf{W}\mathbf{X} \quad \mathbf{D}_a] \begin{bmatrix} \alpha \\ \boldsymbol{\beta} \\ \boldsymbol{\gamma} \\ \boldsymbol{\delta} \end{bmatrix} + \boldsymbol{\varepsilon} \\ &= \rho \mathbf{W}\mathbf{y} + \mathbf{Z}\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\varepsilon} \end{aligned}$$

dengan $\mathbf{Z} = [\mathbf{1} \quad \mathbf{X} \quad \mathbf{W}\mathbf{X} \quad \mathbf{D}_a]$, $\boldsymbol{\theta} = [\alpha \quad \boldsymbol{\beta} \quad \boldsymbol{\gamma} \quad \boldsymbol{\delta}]^T$,

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np} \end{pmatrix}, \text{ dan } \boldsymbol{\varepsilon} \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I}).$$

Sehingga untuk estimasi parameter modifikasi dapat dilakukan dengan metode MLE, dengan cara sama seperti pada model SDM yang asli.

Prosedur Pemodelan Modifikasi SCR

1. Inputkan $a = \{i_1, \dots, i_m\}$ indeks data pengamatan yang menjadi outlier
2. Bentuk matriks $\mathbf{D}_a$
3. Bentuk matriks variabel prediktor gabungan,
 $\mathbf{Z} = [\mathbf{1} \quad \mathbf{X} \quad \mathbf{WX} \quad \mathbf{D}_a]$
4. Estimasi $\boldsymbol{\theta} = [\alpha \quad \beta \quad \gamma \quad \delta]^T$ dengan metode MLE seperti model SDM aslinya.

3.1.4. Modifikasi Model SEM

Secara umum, model SEM dapat dituliskan sbb:

$$\begin{aligned}\mathbf{y} &= \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u} \\ \mathbf{u} &= \lambda \mathbf{W}_2 \mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon} \\ \boldsymbol{\varepsilon} &\sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I})\end{aligned}$$

Dengan pendekatan MSOM, maka model SEM dapat dituliskan sebagai:

$$\begin{aligned}\mathbf{y} &= \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{D}_a \boldsymbol{\delta} + \mathbf{u} \\ \mathbf{u} &= \lambda \mathbf{W}_2 \mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon}\end{aligned}$$

dengan $\mathbf{Z} = [\mathbf{X} \quad \mathbf{D}_a]$, $\boldsymbol{\theta} = [\boldsymbol{\beta} \quad \boldsymbol{\delta}]^T$, dan $\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I})$. Sehingga untuk estimasi parameter modifikasi dapat dilakukan dengan metode MLE, dengan cara sama seperti pada model SEM yang asli.

Prosedur Pemodelan Modifikasi SEM

1. Inputkan $a = \{i_1, \dots, i_m\}$ indeks data pengamatan yang menjadi outlier
2. Bentuk matriks $\mathbf{D}_a$
3. Bentuk matriks variabel prediktor gabungan, $\mathbf{Z} = [\mathbf{X} \quad \mathbf{D}_a]$

4. Estimasi $\theta = [\beta \ \delta]^T$ dengan metode MLE seperti model SEM aslinya.

3.1.5. Modifikasi Model SDEM

Secara umum, model SDEM dapat dituliskan sbb:

$$\mathbf{y} = \alpha \mathbf{1} + \mathbf{X}\beta + \mathbf{W}\mathbf{X}\gamma + \mathbf{u}, \mathbf{u} = \lambda \mathbf{W}_2 \mathbf{u} + \varepsilon$$

Dengan pendekatan MSOM, maka model SDEM dapat dituliskan sebagai:

$$\mathbf{y} = \alpha \mathbf{1} + \mathbf{X}\beta + \mathbf{W}\mathbf{X}\gamma + \mathbf{D}_a \delta + \mathbf{u}, \mathbf{u} = \lambda \mathbf{W}_2 \mathbf{u} + \varepsilon$$

$$= [\mathbf{1} \ \mathbf{X} \ \mathbf{W}\mathbf{X} \ \mathbf{D}_a] \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{bmatrix} + \mathbf{u}, \mathbf{u} = \lambda \mathbf{W}_2 \mathbf{u} + \varepsilon$$

$$= \mathbf{Z}\theta + \mathbf{u}, \mathbf{u} = \lambda \mathbf{W}_2 \mathbf{u} + \varepsilon$$

dengan $\mathbf{Z} = [\mathbf{1} \ \mathbf{X} \ \mathbf{W}\mathbf{X} \ \mathbf{D}_a]$, $\theta = [\alpha \ \beta \ \gamma \ \delta]^T$,

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np} \end{pmatrix}, \text{ dan } \varepsilon \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I}).$$

Sehingga untuk estimasi parameter modifikasi dapat dilakukan dengan metode MLE, dengan cara sama seperti pada model SDEM yang asli.

Prosedur Pemodelan Modifikasi SDEM

1. Inputkan $a = \{i_1, \dots, i_m\}$ indeks data pengamatan yang menjadi outlier
2. Bentuk matriks $\mathbf{D}_a$

3. Bentuk matriks variabel prediktor gabungan,

$$\mathbf{Z} = [\mathbf{1} \quad \mathbf{X} \quad \mathbf{WX} \quad \mathbf{D}_a]$$
4. Estimasi $\boldsymbol{\theta} = [\alpha \quad \beta \quad \gamma \quad \delta]^T$ dengan metode MLE seperti model SDEM aslinya.

3.1.6. Modifikasi Model SAC

Secara umum, model SAC dapat dituliskan sbb:

$$\mathbf{y} = \rho \mathbf{W}_1 \mathbf{y} + \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}$$

$$\mathbf{u} = \lambda \mathbf{W}_2 \mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I})$$

Dengan pendekatan MSOM, maka model SAC dapat dituliskan sebagai:

$$\mathbf{y} = \rho \mathbf{W}_1 \mathbf{y} + \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{D}_a \boldsymbol{\delta} + \mathbf{u}, \mathbf{u} = \lambda \mathbf{W}_2 \mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$\mathbf{y} = \rho \mathbf{W}_1 \mathbf{y} + \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{D}_a \boldsymbol{\delta} + \mathbf{u}, \mathbf{u} = \lambda \mathbf{W}_2 \mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$= \rho \mathbf{W}_1 \mathbf{y} + [\mathbf{X} \quad \mathbf{D}_a] \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta} \\ \boldsymbol{\delta} \end{bmatrix} + \mathbf{u}, \mathbf{u} = \lambda \mathbf{W}_2 \mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$= \rho \mathbf{W}_1 \mathbf{y} + \mathbf{Z} \boldsymbol{\theta} + \mathbf{u}, \mathbf{u} = \lambda \mathbf{W}_2 \mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

dengan $\mathbf{Z} = [\mathbf{X} \quad \mathbf{D}_a]$, $\boldsymbol{\theta} = [\boldsymbol{\beta} \quad \boldsymbol{\delta}]^T$, dan $\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I})$. Sehingga untuk estimasi parameter modifikasi dapat dilakukan dengan metode MLE, dengan cara sama seperti pada model SAC yang asli.

Prosedur Pemodelan Modifikasi SCR

1. Inputkan $a = \{i_1, \dots, i_m\}$ indeks data pengamatan yang menjadi outlier
2. Bentuk matriks $\mathbf{D}_a$
3. Bentuk matriks variabel prediktor gabungan, $\mathbf{Z} = [\mathbf{X} \quad \mathbf{D}_a]$
4. Estimasi $\boldsymbol{\theta} = [\boldsymbol{\beta} \quad \boldsymbol{\delta}]^T$ dengan metode MLE seperti model SAC aslinya.

1

3.2. Aplikasi R Modifikasi Regresi Spasial dengan Metode MSOM

Perhatikan data pada contoh Bab 1. Dengan data yang sama seperti pada sub bab 1.6 (Data AHH Jawa Tengah.csv) dengan Matriks pembobot dibuat dengan menggunakan file peta jateng.shp, pengolahan data untuk modifikasi model berdasarkan output deteksi pada **Tabel 1.1**, dapat dilakukan dengan langkah-langkah sbb:

1. Siapkan file Data dan Matriks Pembobot yang akan digunakan. Masing-masing file dibuat dalam format *.csv.
2. Tentukan Model Regresi Spasial yang akan dimodifikasi, pilihannya adalah: SCR, SAR, SDM, SEM, SDEM, atau SAC.
3. Input indeks/nomor lokasi/amanat yang dianggap sebagai outlier.
4. Gunakan sintaks berikut untuk melakukan modifikasi model regresi spasial:

Sintaks 3.1: Sintaks Fungsi Modified.SR

```
#Model Modified Regresi Spasial
#Keterangan:
#Input: Model: Pilihan Model (SCR, SAR, SDM, SEM, SDEM, atau SAC)
#  index: Vektor nomor amanat outlier
#  mydata: Data Spasial, Kolom 1 Lokasi, Kolom 2 Respon
#  W : Matriks Pembobot (Tipe Matrix)

Modified.SR = function(Model,index,mydata,W)
{
  model.type = as.character(Model)

  #Create New Data
  nc = ncol(mydata)
  X = mydata[,-c(1,2)]
  Y = mydata[,2]
```

```

W.mat = as.matrix(W)
W.listw = mat2listw(W.mat)

#Original Data
spdata = cbind(Y,X)
lagX = create_WX(X,W.listw,prefix = "lag")
spdata.mixed = cbind(Y,X,lagX)

#Modified Data
n.out = length(index)
n = length(Y)
Di = matrix(rep(0,n.out*n),ncol=n.out)
for (i in 1:n.out)
{
  Di[index[i],i]=1
}

colnames(Di) = c(index)
spdata.mod = cbind(spdata,Di)
spdata.mixed.mod = cbind(spdata.mixed,Di)

#Regression
reg.eq = Y~.

if (model.type=="SCR"){
  Model = lm(reg.eq,data = spdata.mixed)
  Model.mod = lm(reg.eq,data = spdata.mixed.mod)
}
if (model.type=="SAR"){
  Model = lagsarlm(reg.eq,data = spdata, W.listw)
  Model.mod = lagsarlm(reg.eq,data = spdata.mod, W.listw)
}
if (model.type=="SDM"){
  Model = lagsarlm(reg.eq,data = spdata.mixed, W.listw)
  Model.mod = lagsarlm(reg.eq,data = spdata.mixed.mod,
W.listw)
}
if (model.type=="SEM"){

```

```

Model = errorsarlm(reg.eq,data = spdata, W.listw)
Model.mod = errorsarlm(reg.eq,data = spdata.mod, W.listw)
}
if (model.type=="SDEM"){
  Model = errorsarlm(reg.eq,data = spdata.mixed, W.listw)
  Model.mod = errorsarlm(reg.eq,data = spdata.mixed.mod,
W.listw)
}
if (model.type=="SAC"){
  Model = sacsarlm(reg.eq,data = spdata, W.listw)
  Model.mod = sacsarlm(reg.eq,data = spdata.mod, W.listw)
}

#Print Model Comparison
AIC = c(AIC(Model),AIC(Model.mod))
BIC = c(BIC(Model),BIC(Model.mod))
MSE = c(mse(Y,Model$fitted.values),
mse(Y,Model.mod$fitted.values))
skew =
c(skewness(Model$residuals),skewness(Model.mod$residuals))
kurt =
c(kurtosis(Model$residuals),kurtosis(Model.mod$residuals))

compare = cbind(skew,kurt,MSE,AIC,BIC)
colnames(compare) = c("Skewness", "Kurtosis", "MSE", "AIC", "BIC")
rownames(compare) = c("Original Model", "Modified Model")

#LR Test
LR.sarlm(Model.mod,Model)

#Print Output
cat('-----\n')
cat('    Modified Spatial Regression Model    \n')
cat('-----\n')
cat('Original Model  : ',model.type,'\n')
cat('Number of Outlier : ',n.out,'\n')
cat('Observation Number: ',index,'\n')
cat('-----\n')
cat('    Model Comparison    \n')

```



```

cat('-----\n')
print(compare)
cat('\n')
cat('-----\n')
cat(' Likelihood Ratio Test (Modified Vs Original)      \n')
cat('-----\n')
print(LR.sarlm(Model.mod,Model))
cat('-----\n')
cat(' Detail: Original Model                \n')
cat('-----\n')
print(summary(Model))
cat('-----\n')
cat(' Detail: Modified Model                \n')
cat('-----\n')
print(summary(Model.mod))
cat('-----\n')

#Save Output to CSV
result.ori = cbind(Y,Model$fitted.values,Model$residuals)
result.ori = round(result.ori, digits = 6)
colnames(result.ori) = c("Actual","Fitted","Residual")
write.csv(result.ori,'Output Original Model.csv', row.names =
FALSE)

result.mod =
cbind(Y,Model.mod$fitted.values,Model.mod$residuals)
result.mod = round(result.mod, digits = 6)
colnames(result.mod) = c("Actual","Fitted","Residual")
write.csv(result.mod,'Output Modified Model.csv', row.names =
FALSE)
}

#Contoh
#Modified.SR(Model,index,mydata,W)

```

5. Interpretasikan Output

Berikut adalah contoh modifikasi model SAR untuk data AHH Jawa Tengah (**Data AHH Jawa Tengah.csv**), dengan Matriks Pembobot **bobotqueen.csv**, Model Regresi Spasial: **SAR**, dan nomer pengamatan 4 dan 30 sebagai outlier.

Sintaks 3.2: Sintaks Modifikasi Model SAR untuk data Angka Harapan Hidup Jawa Tengah

```
#BAB 3: Model Modified Regresi Spasial
#Aktifkan List Function Bab3
source('List Function Bab3.R')

#Import data
mydata = read.csv("Data AHH Jawa Tengah.csv",header=T,sep=",")

#Import Matriks Pembobot Queen
W=read.csv("bobotqueen.csv",header=T,sep=",")

#Input Nama Model
Model = "SAR"

#Input index Outlier
index = c(4,30)

Modified.SR(Model,index,mydata,W)
```

Output:

Output yang dihasilkan terdiri dari 4 bagian:

1. Informasi Model Regresi Spasial yang dimodifikasi dan informasi tentang outliernya.
2. Ringkasan perbandingan beberapa ukuran kebaikan model
3. Uji Likelihood Ratio Test untuk melihat apakah ada perbedaan yang nyata antara kedua model. Jika ada maka dapat disimpulkan bahwa modifikasi yang dilakukan mampu

memperbaiki model secara signifikan (Model Modifikasi lebih baik disbanding model aslinya).

- Detail dari masing-masing model (Original Model dan Modified Model)

Output Modifikasi model SAR:

```
> Modified.SR(Model,index,mydata,w)
-----
Modified Spatial Regression Model
-----
Original Model : SAR
Number of Outlier : 2
Observation Number: 4 30
-----
Model Comparison
-----
Skewness Kurtosis MSE AIC BIC
Original Model -1.3092565 5.359379 1.2387379 125.17355 137.6163
Modified Model -0.2786125 2.370925 0.5200938 99.00723 114.5607
-----
Likelihood Ratio Test (Modified Vs Original)
-----
Likelihood ratio for spatial linear models

data:
Likelihood ratio = 30.166, df = 2, p-value = 2.815e-07
sample estimates:
Log likelihood of Model.mod Log likelihood of Model
-39.50361 -54.58678
-----
Detail: Original Model
-----
Call:lagsarlm(formula = reg.eq, data = spdata, listw = W.11stw)

Residuals:
Min 1Q Median 3Q Max
-3.73090 -0.58230 0.19580 0.84389 1.72295

Type: lag
Coefficients: (asymptotic standard errors)
Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept) 1.1088e+02 1.2636e+01 8.7748 < 2.2e-16
RLS 6.6526e-01 3.1664e-01 2.1010 0.035644
PHBSP 3.5281e-02 2.4427e-02 1.4444 0.148633
PA 3.5908e-04 4.1042e-04 0.8749 0.381632
MSKN -1.9301e-01 6.2696e-02 -3.0785 0.002081
PGLRN -2.4427e-06 2.0098e-04 -0.0122 0.990303
Rho: -0.55936, LR test value: 6.9958, p-value: 0.0081699
Asymptotic standard error: 0.1701
z-value: -3.2884, p-value: 0.0010075
wald statistic: 10.814, p-value: 0.0010075

Log likelihood: -54.58678 for lag model
ML residual variance (sigma squared): 1.2387, (sigma: 1.113)
Number of observations: 35
```

```

Number of parameters estimated: 8
AIC: 125.17, (AIC for lm: 130.17)
LM test for residual autocorrelation
test value: 0.98492, p-value: 0.32099

-----
Detail: Modified Model
-----
Call: lagsarlm(formula = reg.eq, data = spdata.mod, listw =
W, listw)
4
Residuals:
      Min       1Q   Median       3Q      Max
-1.5062e+00 -3.7777e-01  5.5511e-17  4.9067e-01  1.3356e+00

Type: lag
Coefficients: (asymptotic standard errors)
              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept)  1.1411e+02  9.9829e+00  11.4303 < 2.2e-16
RLS          3.9434e-01  2.1149e-01  1.8646 0.0622437
PHBSP        3.2727e-02  1.6107e-02  2.0318 0.0421727
PA           3.5108e-04  2.7864e-04  1.2600 0.2076770
MSKN        -1.8938e-01  4.3860e-02 -4.3178 1.576e-05
PGLRN        9.4253e-05  1.3314e-04  0.7079 0.4790011
`4`         -3.1437e+00  8.1460e-01 -3.8592 0.0001138
`30`        -4.3169e+00  8.0033e-01 -5.3939 6.894e-08

Rho: -0.58336, LR test value: 12.728, p-value: 0.00036031
Asymptotic standard error: 0.13712
z-value: -4.2542, p-value: 2.0977e-05
wald statistic: 18.098, p-value: 2.0977e-05

Log likelihood: -39.50361 for lag model
ML residual variance (sigma squared): 0.52009, (sigma: 0.72118)
Number of observations: 35
Number of parameters estimated: 10
AIC: 99.007, (AIC for lm: 109.73)
LM test for residual autocorrelation
test value: 0.013207, p-value: 0.90851
-----

```

Interpretasi:

Modifikasi yang dilakukan adalah dengan menggeser rata-rata dari pengamatan ke-4 dan pengamatan ke-30 pada model SAR. Merujuk pada output Bagian 2, diperoleh informasi bahwa berdasarkan nilai MSE, AIC dan BIC maka dapat disimpulkan bahwa model modifikasi dapat memperbaiki kinerja model SAR asli karena nilai-nilai lebih kecil dibanding nilai MSE, AIC dan BIC model aslinya. Hal ini juga dapat dilihat dari distribusi residualnya, dimana pada model modifikasi nilai skewness dan kurtosisnya mendekati nilai skewness dan kurtosis dari distribusi normal, yaitu $S=0$ dan $K=3$. Untuk memastikan apakah ada perbaikan yang signifikan atau tidak, dapat kita lihat pada output

Bagian 3, yaitu LR Test. Terlihat bahwa p-value uji tersebut sangat kecil (p-value << 0,05) sehingga dapat disimpulkan bahwa model modifikasi mampu memberikan perbaikan yang nyata. Secara detail perubahan parameter dan ukuran lainnya dapat dilihat pada output Bagian 4.

Secara matematis, Modikasi Model SAR tersebut dapat ditulis sbb:

$$\begin{aligned}\widehat{AHH}_i = & -0.58336 \sum_{j=1}^n w_{ij} AHH_j + 114,110 + 0,39434 RLS_i \\ & + 0,032727 PHBSP_i + 3,5108 \times 10^{-4} PA_i \\ & - 0,18938 MSKN_i + 9,4253 \times 10^{-5} PGLRN_i \\ & - 3,1437 \sum_{j=1}^n d_{i4} - 4,3169 \sum_{j=1}^n d_{i30}\end{aligned}$$

Perhatikan output detail model, tidak semua variabel prediktor pada model SAR tersebut signifikan terhadap responnya. Untuk memperbaikinya, salah satu caranya adalah dengan mengeluarkan beberapa variabel yang paling tidak signifikan (signifikansinya lemah) dari model tersebut. Jika masih ada yang perlu dieliminasi, lakukan secara bertahap mulai dari variabel yang paling lemah significansinya. Pada kasus ini, untuk memperbaikinya dapat digunakan sintaks berikut:

Sintaks 3.3: Sintaks Perbaikan Modifikasi Model SAR

```
#Perbaikan Model SAR
#Tanpa Variabel PGLRN (Kolom 7)
mydata1 = mydata[,-7]
Modified.SR(Model,index,mydata1,W)

#Tanpa Variabel PA dan PGLRN (Kolom 5 dan 7)
mydata2 = mydata[,-c(5,7)]
Modified.SR(Model,index,mydata2,W)
```

Output Bagian Perbandingan Model:

Perbaikan Pertama

```
> Modified.SR(Model,index,mydata1,w)
-----
Modified Spatial Regression Model
-----
Original Model : SAR
Number of Outlier : 2
Observation Number: 4 30
-----
Model Comparation
-----
Skewness Kurtosis MSE AIC BIC
Original Model -1.3117099 5.365323 1.2386468 123.17370 134.0611
Modified Model -0.1741531 2.291620 0.5299341 97.49609 111.4942
```

Perbaikan Kedua

```
> Modified.SR(Model,index,mydata2,w)
-----
Modified Spatial Regression Model
-----
Original Model : SAR
Number of Outlier : 2
Observation Number: 4 30
-----
Model Comparation
-----
Skewness Kurtosis MSE AIC BIC
Original Model -1.3321241 5.424225 1.254259 121.96047 131.2926
Modified Model -0.1997204 2.287511 0.545620 96.98196 109.4247
```

Dapat dilihat bahwa perbaikan yang dilakukan semakin meningkatkan ukuran kebaikan (ketepatan) model karena nilai MSE, AIC dan BIC semakin berkurang.

Untuk Modifikasi model-model yang lain berdasarkan deteksi outlier pada Tabel 1.1 dapat digunakan sintaks berikut:

1

Sintaks 3.4: Sintaks Modifikasi Model SCR, SDM, SEM, SDEM dan SAC untuk data Angka Harapan Hidup Jawa Tengah

```
#BAB 3: Model Modified Regresi Spasial
#Model SCR
Model = "SCR"
index = c(4,30)
Modified.SR(Model,index,mydata,W)

#Model SDM
Model = "SDM"
```

```
index = c(1,4,30)  
Modified.SR(Model,index,mydata,W)
```

```
#Model SEM  
Model = "SEM"  
index = c(4,30)  
Modified.SR(Model,index,mydata,W)
```

```
#Model SDEM  
Model = "SDEM"  
index = c(1,2,3,4,8,15,30,35)  
Modified.SR(Model,index,mydata,W)
```

```
#Model SAC  
Model = "SAC"  
index = c(4,30)  
Modified.SR(Model,index,mydata,W)
```

Dengan cara yang sama seperti pada modifikasi model SAR, kita dapat menyimpulkan apakah modifikasi yang dilakukan berdampak signifikan atau tidak dalam memperbaiki kinerja model.

¹ BAB 4

APLIKASI R-SHINY MODIFIKASI MODEL REGRESI SPASIAL

4.1. Pengantar R-Shiny Web Application

Pengguna *software* R berbasis *Command Line Interface* (CLI) umumnya menuliskan perintah-perintah untuk *running* program yang telah dibuat dalam menganalisis data. Bersamaan dengan perkembangannya, pengguna bisa membuat *Graphical User Interface* (GUI). GUI merupakan tipe antarmuka pengguna yang memanfaatkan metode interaksi pada peran elektronik secara grafis antara pengguna dengan komputer. Untuk membuat GUI pada program R diperlukan *package* R, salah satunya adalah *Shiny*.

Shiny merupakan suatu *package* R yang bisa digunakan untuk membangun *web apps* yang interaktif. *Package* ini memungkinkan pengguna R untuk membuat aplikasi interaktif hanya dengan memakai R ataupun RStudio. Pengguna bisa mengintegrasikan HTML (*HyperText Markup Language*), CSS (*Cascading Style Sheets*), ataupun *JavaScript* dalam aplikasi yang dibuat, namun ketiganya bukan merupakan prasyarat untuk memanfaatkan *package* ini.

Shiny terdiri dari tiga komponen yaitu *User Interface* (UI), *Server*, dan *ShinyApp*. *User Interface* adalah fungsi yang mendefinisikan tampilan web dari aplikasi yang memuat seluruh input serta output. *Server* adalah fungsi yang mendefinisikan program inti dari aplikasi tersebut. Sedangkan *ShinyApp* adalah fungsi dari aplikasi yang memanggil *User Interface* dan *Server* untuk menjalankan aplikasi.

User Interface berguna untuk panel kontrol, masukan nilai input, dan penyajian output. Panel kontrol merupakan panel yang bertujuan untuk mengendalikan input berupa data, variabel, model, tergantung kompleksitas model. Tampilan kontrol bisa berupa *slider*, *radio button*, *check-box*, dan lain-lain. Masukan permintaan nilai input yang dibutuhkan antara lain adalah data dengan bermacam jenis variabel, pemilihan model, dan kriteria uji statistika. Penyajian output bisa berupa grafik (histogram, diagram pencar, dan lain-lain), bentuk angka/teks bisa berbentuk asli (verbatim) ataupun dalam bentuk tabel. Untuk mengakomodasi bermacam jenis luaran tadi, *shiny* juga menyediakan bermacam format output seperti *plotOutput*, *textOutput*, *verbatimTextOutput*, *tableOutput*, dan lain-lain.

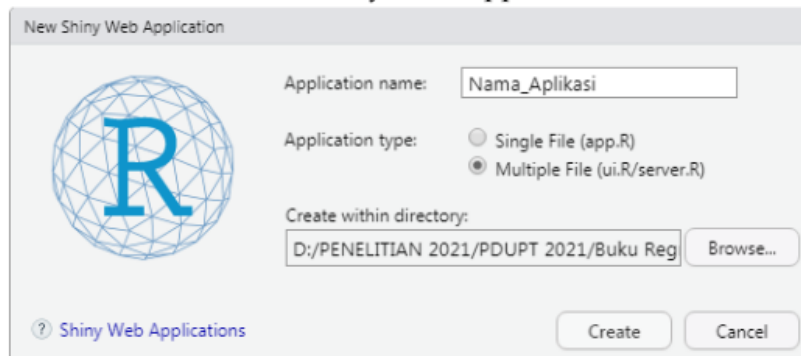
Server pada *shiny* merupakan otak dari program yang bertugas melaksanakan simulasi, bermacam analisis data sesuai dengan pilihan pengguna yang selanjutnya hasilnya dikirim ke bagian output. Bagian ini didukung oleh berbagai prosedur serta analisis data yang pada umumnya sudah tersedia pada berbagai *package* R (Tirta, 2014).

Pengguna aplikasi *Shiny* melakukan input data atau memasukkan perintah pada fungsi yang sesuai yang sudah diberikan identitas (id). Input yang sudah dimasukkan didefinisikan menggunakan perintah **input\$InputID<-()** pada server. InputID merupakan identitas yang telah pengguna beri pada fungsi. Setelah itu, input diproses sesuai kebutuhan dan hasil proses yang dilakukan akan didefinisikan memakai perintah **output\$OutputID<-()**. OutputID merupakan identitas yang digunakan untuk memanggil output hasil proses ke fungsi UI untuk ditampilkan hasilnya sesuai dengan tipe output yang digunakan. Fungsi yang digunakan untuk mengolah input pada fungsi server didefinisikan dengan perintah **render*()** yang akan bekerja sama dengan fungsi untuk menampilkan output pada UI yaitu perintah ***ouput()**. Bila yang ditampilkan berbentuk teks maka menggunakan perintah **renderPrint()** pada server dan

verbatimTextOutput() pada UI. Bila yang ditampilkan berupa tabel maka menggunakan **renderTable()** pada server dan **tableOutput()** pada UI. Bila ingin menampilkan plot maka menggunakan perintah **renderPlot()** pada server dan **plotOutput()** pada UI.

Langkah-langkah membuat aplikasi R-Shiny olah data statistik:

- a. Klik File→New File → Shiny Web App...



- b. Beri nama aplikasi dengan ketentuan tidak boleh ada spasi dan tidak boleh didahului dengan tanda baca.
- c. Pilih tipe file. Ada dua tipe:
 - Single File

File akan otomatis diberi nama app.R dengan default sbb:

```

1  #Template Single File
2
3  library(shiny)
4
5  # Define UI for application
6  ui <- fluidPage(
7
8    # Application title
9    titlePanel("Judul Aplikasi")
10 )
11
12
13 # Define server
14 server <- function(input, output) {
15
16 }
17
18 # Run the application
19 shinyApp(ui = ui, server = server)
20

```

- Multiple File

Dalam folder otomatis akan dua file dengan nama ui.R dan server.R dengan default sbb:

```

1 #Template Multiple File
2 library(shiny)
3
4 shinyUI(fluidPage(
5
6   # Application title
7   titlePanel("Judul Aplikasi")
8
9 ))
10
11 #Template server
12 library(shiny)
13
14 shinyServer(function(input, output) {
15
16 })

```

Callouts in the image point to the first two lines of the first block as 'ui.R' and the last two lines of the second block as 'server.R'.

- Klik Browse untuk mengganti directory dari Project kita, misalkan dibuat Folder baru dengan nama Pelatihan Shiny.
- Klik Create

Lebih lanjut tentang pembuatan aplikasi dengan Shiny dapat diakses di: <https://shiny.rstudio.com/tutorial/>. Sampai disini kita sudah dapat membuat aplikasi R-Shiny yang masih kosong. Bagaimana jika kita ingin membuat aplikasi sesuai keinginan kita, khususnya untuk komputasi model regresi spasial???

Pada sub bab berikut akan diberikan langkah-langkah membuat aplikasi untuk melakukan modifikasi model regresi spasial mulai dari input data sampai dengan output untuk menganalisis model.

1 4.2. R-Shiny untuk Modifikasi Model Regresi Spasial

Aplikasi ini digunakan untuk pemodelan data spasial yang mengandung 1 outlier. Pendeteksian dan penanganan outlier dilakukan dengan menggunakan metode Mean-Shift Outlier Model (MSOM). 2 Model Regresi Spasial yang dapat dimodifikasi pada aplikasi ini meliputi: Spatial Cross Regressive (SCR); Spatial Autoregressive (SAR); Spatial Durbin Model (SDM); Spatial Error

Model (SEM); Spatial Durbin Error Model (SDEM); dan Spatial Autoregressive Combined (SAC). Model Modifikasi ini mampu meningkatkan akurasi model asli secara signifikan. Aplikasi ini dibangun menggunakan paket program R-Shiny Web Application dengan antar muka grafis (Graphical User Interface) yang user friendly.

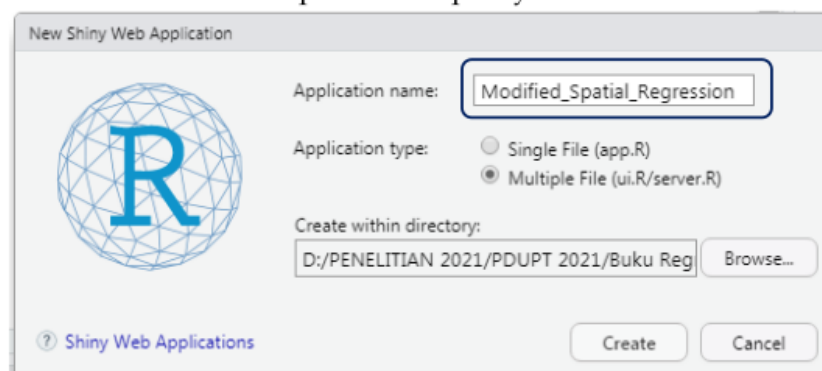
Aplikasi R-Shiny yang akan dibuat ini mempunyai tampilan seperti terlihat pada Gambar 4.1. Aplikasi ini akan disimpan dengan nama **Modified_Spatial_Regression**.



Gambar 4.1. Desain awal aplikasi R-Shiny

Langkah-langkah untuk membuat aplikasi sesuai Gambar 4.1 adalah:

1. Membuat file Shiny sesuai dengan nama aplikasi. Kita gunakan tipe Multiple File agar lebih mudah dalam sinkronisasi sintaks input dan outputnya.



2. Membuat Desain Tampilan dengan ui.R
Kerangka awal dari desain pada Gambar 4.1 adalah sbb:

```
#Aplikasi Modifikasi Model Regresi Spasial
```

```

library(shiny)
library(shinythemes)

# Define UI
shinyUI(fluidPage(
  theme = shinytheme("flatly"),
  titlePanel("Modified Spatial Regression Model"),

  #Panel Home
  navbarPage("MSOM",
    tabPanel("Home",
      br(),
      h3("Modified Spatial Regression using  
Mean-Shift Outlier Model (MSOM)",style="text-align:center"),
      br(),br(),
      h5("created by:",style="text-align:center"),
      h5("Hasbi Yasin, S.Si., M.Si.",style="text-align:center")
    ),#Tutup Panel Home

    #Panel Input Data
    tabPanel("Input Data",

    ),#Tutup Panel Input Data

    #Panel Input Matriks Pembobot
    tabPanel("Input Weight",

    ),#Panel Input Matriks Pembobot

    #Panel Description
    tabPanel("Description",

    ),#Panel Description

    #Panel Identification
    tabPanel("Identification",

    ),#Panel Identification
  )

```

```

#Panel Outlier Detection
tabPanel("Outlier Detection",

),#Outlier Detection

#Panel Modified Model
tabPanel("Modified Model",

),#Modified Model

#Penel Referensi
tabPanel("References",

),#Referensi

div(
  p("###Copyright@2021###",style="text-align:center"),
  p("@hasbiyasin      PDUPT      Undip",style="text-align:center")
)
)#Navbar
)
)#ShinyUI

```

Ada 8 Panel dalam aplikasi tersebut. Setiap panel diawali dengan perintah *tabPanel()*, kemudian panel-panel tersebut digabungkan dalam satu satu Navigation Bar dengan nama MSOM dengan perintah *navbarPage("MSOM",...)*. Langkah selanjutnya adalah melengkapi sintaks pada setiap panel sesuai dengan peruntukannya masing-masing. Setiap panel diakhiri dengan kurung tutup dan koma kecuali untuk panel terakhir tidak menggunakan koma. Sintaks lengkap untuk file **ui.R** dapat dilihat pada **Sintaks 4.1**.

Berikut adalah contoh penulisan sintaks untuk Panel Input Data pada file ui.R



3. Melengkapi sintaks server.R agar sesuai dengan algoritma yang digunakan.

Barisan perintah pada server sangat bergantung pada input yang dibutuhkan dan output yang akan ditampilkan pada setiap panel. Dimana pada penulisannya harus benar-benar memperhatikan InputID dan OutputID yang digunakan.



Sedangkan Kerangka awal sintaks server sesuai dengan desain ui.R pada Gambar 4.1 adalah sbb:

```

#Aplikasi Modified Spatial Regression
library(shiny)

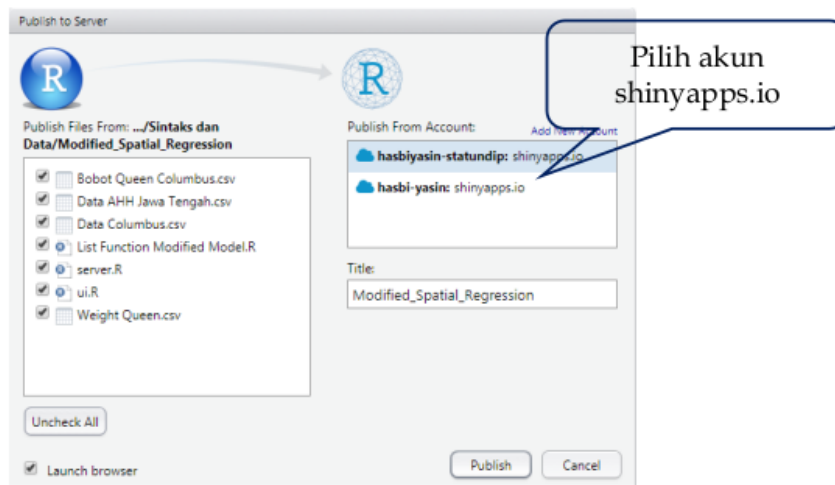
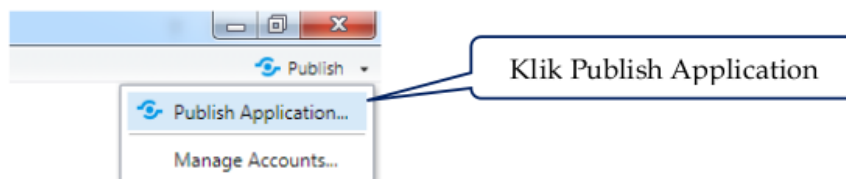
shinyServer(function(input, output) {

})

```

Sintaks server.R lengkap terlampir pada **Sintaks 4.2**.

4. Melengkapi sintaks ui.R dan server.R dengan List Function Modified Model.R seperti terlihat pada **Sintaks 4.3**. Hal ini dilakukan karena tidak semua fungsi sudah tersedia di Paket R, atau memang diperlukan modifikasi terhadap fungsi bawaan di R.
5. Setelah semua file tersedia, selanjutnya adalah simulasikan aplikasi dengan menggunakan data dan matriks pembobot yang sudah disiapkan. Klik Tombol **Run App**.
6. Langkah terakhir adalah melakukan publikasi aplikasi Shiny ke akun shinyapps.io agar aplikasi kita dapat digunakan lewat browser internet tanpa harus menggunakan software R-Studio. Klik



Shinyapps adalah hosting tempat menyimpan dan mempublikasikan aplikasi Shiny agar bisa diakses oleh siapapun di internet.

Berikut tahapan bagaimana mempublikasikan aplikasi di shinyapps.io:

- Install *rsconnect* package
- Buat akun di shinyapps.io dengan menggunakan akun gmail
- Navigasi ke menu Account > Tokens, lalu klik show.
- Salin dan tempel kode di CONSOLE Rstudio
- Ketik perintah `rsconnect::deployApp()` di CONSOLE RStudio untuk mempublikasikan aplikasi di shinyapps.io

Berikut adalah link aplikasi Shiny yang sudah dipublish di akun shinyapps.io.

Link Aplikasi:

https://hasbiyasinstatundip.shinyapps.io/Modified_Spatial_Regression/

QR-Code Aplikasi:



Link sintaks R-Shiny **Modified_Spatial_Regression**:

https://bit.ly/Sintaks_dan_Data_Buku

Sintaks 4.1. ui.R

```
#Aplikasi Modified Spatial Regression Model
#Based on Mean-Shift Outlier Model (MSOM)
#Created by: Hasbi Yasin, S.Si., M.Si.

library(shiny)
library(shinywidgets)
library(shinythemes)
library(shinycssloaders)
library(DT)
library(AER)
library(lmtest)
library(ape)
library(ggplot2)
library(spam)
library(fields)
library(corrplot)
library(spdep)
library(spatialreg)
library(rgdal)
library(moments)

# Define UI
shinyUI(fluidPage(
  theme = shinytheme("flatly"),
  titlePanel("Modified Spatial Regression Model"),

  #Panel Home
  navbarPage("MSOM",
    tabPanel("Home",
      br(),
      div(
        h3("Modified Spatial Regression using
```

```

    Mean-Shift Outlier Model (MSOM)", style="text-align:center")
),
br(),br(),
h5("Created by:", style="text-align:center"),
h5("Hasbi Yasin, S.Si., M.Si.", style="text-align:center"),

br(),br(),
h5("Department of Statistics", style="text-align:center"),
h5("Faculty of Science and Mathematics", style="text-align:center"),
h5("Diponegoro University", style="text-align:center"),
h5("2021", style="text-align:center")

),#tabpanel Home
#Panel Input Data
tabpanel("Input Data",
  sidebarLayout(
    sidebarPanel(
      # Input: Select a file ----
      fileInput("filedata", "Upload Data",
        accept = c("text/csv",
          "text/commma-separated-values, text/plain",
          ".csv")),
      # Horizontal line ----
      tags$hr(),
      # Input: Checkbox if file has header ----
      checkboxInput("header", "Header", TRUE),
      # Input: Select separator ----
      radioButtons("sep", "Separator",
        choices = c(Comma = ",",
          Semicolon = ";",
          Tab = "\t"),
        selected = ",", inline=TRUE)
    ),

```

```

mainPanel(
  DTOutput("mydata")
),
position="left"
),#Tutup Panel Input Data

#Panel Input Matriks Pembobot
tabPanel("Input weight",
  sidebarLayout(
    sidebarPanel(
      # Input: Select a file ----
      fileInput("weight","Upload weight",
        accept = c(
          "text/csv",
          "text/comma-separated-values,text/plain",
          ".csv")
        ),
      # Horizontal line ----
      tags$hr(),
      # Input: Checkbox if file has header ----
      checkboxInput("header2", "Header", TRUE),
      #Input: Select separator ----
      radioButtons("sep2", "Separator", choices=c(Comma=",",
        Semicolon=";",
        Tab="\t"),
        selected = ",", inline = TRUE)
    ),
    mainPanel(
      DTOutput("input_weight")
    ),
    position="left"
  ),#panel Input Matriks Pembobot

```

```

#Panel Description
tabpanel("Description", span(style = "color:blue",
  h4("Data Summary"),
  verbatimTextOutput("descripsi"),
  hr(),
  h4("Correlation Plot"),
  plotOutput("Plot_status"))

),#Panel Description

#Panel Identification
tabpanel("Identification",span(style = "color:blue",
  h4("Moran Test"),
  verbatimTextOutput("Moran.check"),
  hr(),
  h4("Lagrange Multiplier Test"),
  verbatimTextOutput("LM.check"),
  hr(),
  h4("Multicollinearity Detection"),
  verbatimTextOutput("VIF")

),#Panel Identification

#Panel Outlier Detection
tabpanel("Outlier Detection",
  sidebarLayout(
    sidebarPanel(
      selectInput("model", "Choose Spatial Regression Model:",
        choices= c("Spatial Cross Regressive (SCR)"="SCR",
                    "Spatial Autoregressive (SAR)"="SAR",
                    "Spatial Durbin Model (SDM)"="SDM",
                    "Spatial Error Model (SEM)" = "SEM",

```

```

        "Spatial Durbin Error Model (SDEM)"="SDEM",
        "Spatial Autoregressive Combined (SAC)"="SAC"
    )
),
numericInput("alpha", "Significance level", 0.05),
actionButton("detect", "Detection!"),
hr(),
downloadButton('download1', "Download Result"),
),
mainPanel(style = "color:blue",
  h4("Detection Summary", style="text-align:left"),
  verbatimTextOutput("detection.summary"),
  br(),
  h4("Model Summary", style="text-align:left"),
  verbatimTextOutput("model.summary"),
  br(),
  h4("Score Statistics", style="text-align:left"),
  DTOutput("detection.result")
)
), #Panel Outlier Detection

#Panel Modified Model
tabpanel("Modified Model",
  sidebarLayout(
    sidebarPanel(
      selectInput("model", "Choose Spatial Regression Model:",
        choices= c("Spatial Cross Regressive (SCR)"="SCR",
                    "Spatial Autoregressive (SAR)"="SAR",
                    "Spatial Durbin Model (SDM)"="SDM",
                    "Spatial Error Model (SEM)" = "SEM",
                    "Spatial Durbin Error Model (SDEM)"="SDEM",
                    "Spatial Autoregressive Combined (SAC)"="SAC")
        ),

```

```

        textInput('index', 'Enter an observation number (comma delimited)', "1,2"),
        actionButton("estimate", "Estimation!"),
    ),
    mainPanel(
        tabsetPanel(type = "tabs",
            id = "navbar",
            tabPanel("Original Model",
                h4("Spatial Regression Model", style="text-align:left"),
                verbatimTextOutput("summary.ori"),
                br(),
                h4("Result", style="text-align:left"),
                DTOutput("output.ori"),
                downloadButton('download2', "Download Result"),
            ),
            tabPanel("Modified Model",
                h4("Modified Spatial Regression Model", style="text-align:left"),
                verbatimTextOutput("summary.mod"),
                br(),
                h4("Result", style="text-align:left"),
                DTOutput("output.mod"),
                downloadButton('download3', "Download Result"),
            ),
            tabPanel("Model Comparison",
                verbatimTextOutput("compare.mod")
            ),
            tabPanel("Likelihood Ratio Test",
                verbatimTextOutput("LRTest.mod")
            )
        )
    ),
    #panel Modified Model

```



```

#Panel References
tabpanel("References",
  h5("[1] J. P. Lesage and R. K. Pace, Introduction to spatial econometrics.
    New York: Taylor & Francis Group, 2009"),
  h5("[2] J. Nahar and S. Purwani, Application of Robust M-Estimator Regression
    in Handling Data Outliers, in 4th ICRIMS Proceedings, 2017, pp. 53-60"),
  h5("[3] Libin Jin, Xiaowen Dai, Anqi Shi & Lei Shi (2016) Detection of outliers
    in mixed regressive-spatial autoregressive models, Communications in
    Statistics - Theory and Methods, 45:17, 5179-5192,
    DOI: 10.1080/03610926.2014.941493"),
  h5("[4] Dai, X., Jin, L., Shi, A. et al. Outlier detection and accommodation
    in general spatial models. Stat Methods Appl 25, 453-475 (2016).
    https://doi.org/10.1007/s10260-015-0348-1"),
  h5("[5] R. Bivand, spdep: Spatial Dependence: Weighting Schemes, Statistics,
    R package version 1.1-5. 2020"),
  h5("[6] R. Bivand, spatialreg: Spatial Regression Analysis, R package
    version 1.1-5. 2019"),
  h5("[7] H. Yasin, B. Warsito, and A. R. Hakim, DEVELOPMENT LIFE EXPENTANCY MODEL
    IN CENTRAL JAVA USING ROBUST SPATIAL REGRESSION WITH M-ESTIMATORS,
    Commun. Math. Biol. Neurosci., 2020 (2020), Article ID 69."),
  h5("[8] H. Yasin, B. Warsito, and A. R. Hakim, REGRESI SPASIAL (Aplikasi dengan R),
    Ponorogo: WADE Group, Anggota IKAPI 182/JTI/2017")
),#References

hr(),
div(
  p("##Copyright@2021##",style="text-align:center"),
  p("@hasbiyasin PDUPT Undip",style="text-align:center")
)
) #Navbar
) #ShinyUI

```

Sintaks 4.2. Server.R

```
#Aplikasi Modified Spatial Regression Model
#Based on Mean-Shift Outlier Model (MSOM)
#Created by: Hasbi Yasin, S.Si., M.Si.

#Aktifkan file List Function.R
source('List Function Modified Model.R')
options(warn=-1)

#Fungsi Utama server.R
shinyServer(function(input, output,session) {
  session$onSessionEnded(stopApp)

  #Panel Input Data
  data.Input <- reactive({
    in.file <- input$filedata
    if (is.null(in.file)){
      return(NULL)
    } else
      df <- read.csv(input$filedata$datapath,
                     header = input$header,
                     sep = input$sep,
                     quote = input$quote)
  })

  #Panel Input weight
  weight.Input <- reactive({
    in.file <- input$weight
```

```

if (is.null(in.file)){
  return(NULL)
} else
  df <- read.csv(input$weight$datapath,
                 header = input$header2,
                 sep = input$sep2)
})

#Input Data
output$mydata=renderDT({
  mydata = data.Input()
})

#Input Matriks Pembobot
output$input_weight<-renderDT({
  bobot=weight.Input()
})

#Print Correlation Matrix
output$Deskripsi<-renderPrint({
  mydata=as.data.frame(data.Input())
  nc = ncol(mydata)
  mydata = mydata[,-1]
  CM(mydata)
})

#Correlation Plot
output$Plot_status<-renderPlot({
  mydata=as.data.frame(data.Input())

```

```

nc = ncol(mydata)
mydata = mydata[,-1]
M = cor(mydata)
corrplot.mixed(M,lower.col = "black", number.cex = .7,upper = "pie")
})

#Panel Identification
#Moran Test
output$Moran.check<-renderPrint({
  mydata=as.data.frame(data.Input())
  mydata = mydata[,-1]
  bobot = as.matrix(weight.Input())
  bobot.listw = mat2listw(bobot)
  Moran.Test(mydata,bobot.listw)
})

#LM Test
output$LM.check = renderPrint({
  mydata=as.data.frame(data.Input())
  mydata = mydata[,-1]
  bobot = as.matrix(weight.Input())
  bobot.listw = mat2listw(bobot)
  Y = mydata[,1]
  reg.eq = Y~.
  reg.OLS = lm(reg.eq,mydata)
  LM.Test <- lm.LMtests(reg.OLS, bobot.listw, test=c("LMerr",
                                                    "LMlag",
                                                    "RLMerr", "RLMlag",
                                                    "SARMA"))

  summary(LM.Test)

```

```

})

#Print Multicollinearity Detection
output$VIF = renderPrint({
  mydata=as.data.frame(data.Input())
  mydata = mydata[,-1]
  Y = mydata[,1]
  reg.eq = Y~.
  reg.OLS = lm(reg.eq,mydata)
  cat("variance inflation factor (VIF) value of Predictor Variable\n")
  cat("-----\n")
  print(vif(reg.OLS))
})

#Tab Panel Outlier Detection
observeEvent(input$detect,{
  withProgress(message = 'Detection Process',detail = 'Please wait... ', value = 0, {
    model.type = as.character(input$model)
    alpha = input$alpha

    incProgress(2/6)
    mydata = as.data.frame(data.Input())
    X = mydata[,-c(1,2)]
    Y = mydata[,2]
    bobot.mat = as.matrix(weight.Input())
    bobot.listw = mat2listw(bobot.mat)

    #Detection Outlier in Spatial Regression
    #Create New Data
    spdata = cbind(Y,X)

```

```

lagX = create_wX(X,bobot.listw,prefix = "lag")
Z = cbind(X, lagX)
spdata.mixed = cbind(Y,X,lagX)

reg.eq = Y~.
if (model.type=="SCR"){
  Model = lm(reg.eq,spdata.mixed)
  MSOM = MSOM.SCR(Y,Z,alpha)
}
if (model.type=="SAR"){
  Model = lagsarlm(reg.eq,spdata,bobot.listw)
  rho = Model$rho
  MSOM = MSOM.SAR(Y,X,rho,bobot.mat,alpha)
}
if (model.type=="SDM"){
  Model = lagsarlm(reg.eq,spdata.mixed,bobot.listw)
  rho = Model$rho
  MSOM = MSOM.SAR(Y,Z,rho,bobot.mat,alpha)
}
if (model.type=="SEM"){
  Model = errorsarlm(reg.eq,spdata,bobot.listw)
  lambda = Model$lambda
  MSOM = MSOM.SEM(Y,X,lambda,bobot.mat,alpha)
}
if (model.type=="SDEM"){
  Model = errorsarlm(reg.eq,spdata.mixed,bobot.listw)
  lambda = Model$lambda
  MSOM = MSOM.SEM(Y,Z,lambda,bobot.mat,alpha)
}
if (model.type=="SAC"){

```

```

Model = saccarlm(reg.eq,spdata,bobot.listw)
rho = Model$rho
lambda = Model$lambda
MSOM = MSOM.SAC(Y,X,rho,lambda,bobot.mat,alpha)
}

#Print Output
reactive(Model)
#Show the Model Summary
output$model.summary<-renderPrint({
  summary(Model)
})

incProgress(4/6)
reactive(MSOM)
#Show the Model Summary
output$detection.summary<-renderPrint({
  cat('-----\n')
  cat('  Outlier Detection using Mean Shift Outlier Model\n')
  cat('-----\n')
  cat('Significance level :',alpha,'\n')
  cat('Number of Outliers :',MSOM$n.outlier,'\n')
  cat('Observation Number :',MSOM$ind.outlier,'\n')
  cat('-----\n')
})

#output.model = Model$result
MSOM.result = reactive(MSOM$result)
output$detection.result<-renderDT({
  MSOM.result()
})

```

```

})

output$download1 <- downloadHandler(
  filename = function() {"MSOM Result.csv"},
  content = function(fname){
    write.csv(MSOM.result(), fname, row.names = FALSE)
  })

  incProgress(6/6)
})#Progress
})#Detection

#Tab Panel Modified Model
observeEvent(input$estimate,{
  withProgress(message = 'Modified Model',detail = 'Please wait...', value = 0, {
    model.type = as.character(input$model.mod)
    ind = as.numeric(unlist(strsplit(input$index,",")))

    incProgress(2/6)
    mydata = as.data.frame(data.Input())
    X = mydata[,-c(1,2)]
    Y = mydata[,2]
    bobot.mat = as.matrix(weight.Input())
    bobot.listw = mat2listw(bobot.mat)

    #Original Data
    spdata = cbind(Y,X)
    lagX = create_wx(X,bobot.listw,prefix = "lag")
    spdata.mixed = cbind(Y,X,lagX)
  })
}

```



```

#Modified Data
n.out = length(ind)
n = length(Y)
Di = matrix(rep(0,n.out*n),ncol=n.out)
for (i in 1:n.out)
{
  Di[ind[i],i]=1
}

colnames(Di) = c(ind)
spdata.mod = cbind(spdata,Di)
spdata.mixed.mod = cbind(spdata.mixed,Di)
reg.eq = Y~.
if (model.type=="OLS"){
  Model = lm(reg.eq,data = spdata)
  Model.mod = lm(reg.eq,data = spdata.mod)
}

if (model.type=="SCR"){
  Model = lm(reg.eq,data = spdata.mixed)
  Model.mod = lm(reg.eq,data = spdata.mixed.mod)
}

if (model.type=="SAR"){
  Model = lagsarlm(reg.eq,data = spdata, bobot.listw)
  Model.mod = lagsarlm(reg.eq,data = spdata.mod, bobot.listw)
}

if (model.type=="SDM"){

```

```

    Model = lagsarlm(reg.eq,data = spdata.mixed, bobot.listw)
    Model.mod = lagsarlm(reg.eq,data = spdata.mixed.mod, bobot.listw)
  }

  if (model.type=="SEM"){
    Model = errorsarlm(reg.eq,data = spdata, bobot.listw)
    Model.mod = errorsarlm(reg.eq,data = spdata.mod, bobot.listw)
  }

  if (model.type=="SDEM"){
    Model = errorsarlm(reg.eq,data = spdata.mixed, bobot.listw)
    Model.mod = errorsarlm(reg.eq,data = spdata.mixed.mod, bobot.listw)
  }

  if (model.type=="SAC"){
    Model = sacsarlm(reg.eq,data = spdata, bobot.listw)
    Model.mod = sacsarlm(reg.eq,data = spdata.mod, bobot.listw)
  }

  reactive(Model)
  reactive(Model.mod)
  AIC = c(AIC(Model),AIC(Model.mod))
  BIC = c(BIC(Model),BIC(Model.mod))
  MSE = c(mse(Y,Model$fitted.values),
           mse(Y,Model.mod$fitted.values))
  skew = c(skewness(Model$residuals),skewness(Model.mod$residuals))
  kurt = c(kurtosis(Model$residuals),kurtosis(Model.mod$residuals))

  compare = cbind(skew,kurt,MSE,AIC,BIC)
  colnames(compare) = c("skewness", "kurtosis", "MSE", "AIC", "BIC")

```

```

rownames(compare) = c("Original Model", "Modified Model")

output$compare.mod<-renderPrint({
  print(compare)
})

output$LRTest.mod <- renderPrint({
  LR.sarlm(Model.mod,Model)
})

#Show the Model Summary
output$summary.ori<-renderPrint({
  summary(Model)
})

result.ori = cbind(Y,Model$fitted.values,Model$residuals)
result.ori = round(result.ori, digits = 6)
colnames(result.ori) = c("Actual", "Fitted", "Residual")

Model.result = reactive(result.ori)
output$output.ori<-renderDT({
  Model.result()
})

output$download2 <- downloadHandler(
  filename = function(){"Output Model.csv"},
  content = function(fname){
    write.csv(Model.result(), fname, row.names = FALSE)
  })

```

```

output$summary.mod<-renderPrint({
  summary(Model.mod)
})

result.mod = cbind(Y,Model.mod$fitted.values,Model.mod$residuals)
result.mod = round(result.mod, digits = 6)
colnames(result.mod) = c("Actual","Fitted", "Residual")

Model.mod.result = reactive(result.mod)
output$output.mod<-renderDT({
  Model.mod.result()
})

output$download3 <- downloadHandler(
  filename = function(){"Output Modified Model.csv"},
  content = function(fname){
    write.csv(Model.mod.result(), fname,row.names = FALSE)
  })

})#Progress
})#Estimate
})#shiny Server

```

Sintaks 4.3. List Function Modified Model.R

```
#Aplikasi Modified Spatial Regression Model
#Based on Mean-Shift Outlier Model (MSOM)
#Created by: Hasbi Yasin, S.Si., M.Si.

#Fungsi utk menghitung Matriks Korelasi
CM = function(x)
{
  cat('Summary Statistics:\n')
  print(summary(x))
  CM=cor(x)
  cat('\n')
  cat('Correlation Matrix:\n')
  CM = round(CM,digits=6)
  print(CM)
  cat('-----\n')
}

#Spatial Autocorellation Test
Moran.Test = function(mydata,bobot)
{
  y = mydata[,1]
  reg.eq = y~.
  reg = lm(reg.eq,mydata)
  error = reg$residuals

  x = cbind(y,error,mydata[,-1])
  nvar = ncol(x)
  moran.stat = matrix(rep(0,nvar*6),nrow=nvar)
```

```

for(i in 1:nvar){
  test = moran.test(x[,i], bobot, randomisation=FALSE)
  stat=cbind(i, test$estimate[1], test$estimate[2], test$estimate[3],
            test$statistic, test$p.value)
  moran.stat[i,]=stat
}

cat('Moran Test:\n')
cat('-----\n')
moran.stat = round(moran.stat, digits=6)

colnames(moran.stat)=c("Variable", "Moran I Stat", "Estimate", "Variance",
                      "SD Moran's I", "P-Value")

print(moran.stat)
cat('Note: [1] : Dependent Variable\n')
cat('       [2] : Residual Model \n')
cat('       [3-]: Predictor Variable \n')
cat('-----\n')
}

#Deteksi Outlier
#1. MSOM-OLS (OLS, SCR)
MSOM.SCR=function(y,Z,alpha)
{
  n = length(y)
  In = diag(rep(1,n))
  bo= rep(1,n)
  Z = cbind(bo,Z)
  Z = as.matrix(Z)

```

```

theta = (solve(t(Z)**Z))**t(Z)**y #Coefficient
e = y - Z**theta
s2 = (1/n)*(t(e)**e)

eta = Z**theta
P = Z**(solve(t(Z)**Z))**t(Z)
Q = In - P
k = 2*n*s2 + t(eta)**Q**eta
b = Q**eta

#Score Statistic
k = as.numeric(k)
s2 = as.numeric(s2)
q = as.matrix(diag(Q))
SC = e^2/(s2*(q-b^2/k))
p_value = 1-pchisq(SC,df=1)
ind = which(p_value < alpha)
n.outlier=length(ind)

#Save Output
res=cbind(y,e,SC,p_value)
res = round(res,digits=6)
colnames(res) = c("Respon", "Residual", "SC", "Sig.")

return(list(result=res, n.outlier=n.outlier, ind.outlier=ind, alpha=alpha))
}

#2. MSOM-SAR (SAR, SDM)
MSOM.SAR=function(y,x,rho,w,alpha)

```

```

{
    n = length(y)
    In = diag(rep(1,n))
    bo= rep(1,n)
    X = cbind(bo,X)
    X = as.matrix(X)

    A = In - 5*ho*w
    beta = (solve(t(X)**X))**t(X)**%A**%y #Coefficient
    eta = W**%solve(t(A))**%X**%beta

    P = X**%(solve(t(X)**X))**%t(X)
    Q = In - P
    e = Q**%A**%y
    s2 = (1/n)*(t(e)**e)

    b = Q**%eta

    C1 = W**%solve(A)
    C2 = W
    c1 = sum(diag(C1))
    c2 = sum(diag(C2))
    c11 = sum(diag(t(C1)**c1+c1**%C1))
    c12 = sum(diag(t(C1)**c2+c1**%C2))
    c22 = sum(diag(t(C2)**c2+c2**%C2))

    k = s2*c11 + t(eta)**Q**%eta - s2*(n*c12^2-4*c1*c2*c12+2*(c1^2)*c22)/(n*c22-2*c2^2)

    #Score Statistic
    k = as.numeric(k)
}

```



```

s2 = as.numeric(s2)
q = as.matrix(diag(Q))
SC = e^2/(s2*(q-b^2/k))
p_value = 1-pchisq(SC,df=1)
ind = which(p_value < alpha)
n.outlier=length(ind)

#Save Output
res=cbind(y,e,SC,p_value)
res = round(res,digits=6)
colnames(res) = c("Respon", "SC", "sig.")

return(list(result=res, n.outlier=n.outlier, ind.outlier=ind, alpha=alpha))
}

#3. MSOM-SEM (SEM, SDEM)
MSOM.SEM=function(y,x,lambda,w,alpha)
{
  n = length(y)
  In = diag(rep(1,n))
  bo= rep(1,n)
  X = cbind(bo,x)
  X = as.matrix(X)

  B = In - Lambda*w
  V = t(B)^5*B
  P = V%^%X%^%(solve(t(X)%%^V%^%X))%^%t(X)%%^V
  beta = (solve(t(X)%%^V%^%X))%^%t(X)%%^V%^%y #Coefficient
  eta = X%^%beta
  Q = V - P

```

```

e = solve(V)%Q%y
s2 = (1/n)*(t(e)%V%e)
r = V%e
b = Q%eta

c1 = B%solve(B)
c2 = w%solve(B)
c1 = sum(diag(c1))
c2 = sum(diag(c2))
c11 = sum(diag(t(c1)%c1+c1%c1))
c12 = sum(diag(t(c1)%c2+c1%c2))
c22 = sum(diag(t(c2)%c2+c2%c2))

k = s2*c11 + t(eta)%Q%eta - s2*(n*c12^2-4*c1*c2*c12+2*(c1^2)*c22)/(n*c22-2*c2^2)

#Score Statistic
k = as.numeric(k)
s2 = as.numeric(s2)
q = as.matrix(diag(Q))
SC = e^2/(s2*(q-b^2/k))
p_value = 1-pchisq(SC,df=1)
ind = which(p_value < alpha)
n.outlier=length(ind)

#save Output
res=cbind(y,e,SC,p_value)
res = round(res,digits=6)
colnames(res) = c("Residual", "SC", "Sig.")

return(list(result=res, n.outlier=n.outlier, ind.outlier=ind, alpha=alpha))

```

```

}

#4. MSOM-SAC
MSOM.SAC=function(y,X,rho,lambd,w,alpha)
{
  n = length(y)
  In = diag(rep(1,n))
  bo= rep(1,n)
  X = cbind(bo,X)
  X = as.matrix(X)

  A = In - rho*w
  B = In - lambd*w
  V = t(B)^5*B
  P = V%*%X%*%(solve(t(X)%*%V%*%X)%*%t(X))%*%V
  beta = (solve(t(X)%*%V%*%X)%*%t(X))%*%V%*%A%*%y #Coefficient
  eta = w%*%solve(A)%*%X%*%beta
  Q = V - P
  e = solve(V)%*%Q%*%A%*%y
  s2 = (1/n)*(t(e)%*%V%*%e)
  r = V%*%e
  b = Q%*%eta

  C1 = B%*%w%*%solve(A)%*%solve(B)
  C2 = w%*%solve(B)
  c1 = sum(diag(C1))
  c2 = sum(diag(C2))
  c11 = sum(diag(t(C1)%*%c1+c1%*%c1))
  c12 = sum(diag(t(C1)%*%c2+c1%*%c2))
  c22 = sum(diag(t(C2)%*%c2+c2%*%c2))

```

```

k = s2*c11 + t(eta)%**Q**eta - s2*(n*c12^2-4*c1*c2*c12+2*(c1^2)*c22)/(n*c22-2*c2^2)

#Score Statistic
k = as.numeric(k)
s2 = as.numeric(s2)
q = as.matrix(diag(Q))
SC = e^2/(s2*(q-b^2/k))
p_value = 1-pchisq(SC,df=1)
ind = which(p_value < alpha)
n.outlier=length(ind)

#Save Output
res=cbind(y,e,SC,p_value)
res = round(res,digits=6)
colnames(res) = c("Respon", "Residual", "SC", "sig.")

return(list(result=res, n.outlier=n.outlier, ind.outlier=ind, alpha=alpha))
}

```

1

4.3. Petunjuk Penggunaan Aplikasi R-Shiny Modified Spatial Regression Model

Aplikasi terdiri dari 8 Tab Panel, yaitu: Home, Input Data, Input Weight, Description, Identification, Outlier Detection, Modified Model dan References. Berikut adalah penjelasan dari masing-masing panel tersebut.

1. Home

Panel ini digunakan untuk menampilkan detail nama aplikasi dan nama kreator. Panel ini akan muncul otomatis ketika aplikasi digunakan pertama kali.

Modified Spatial Regression Model

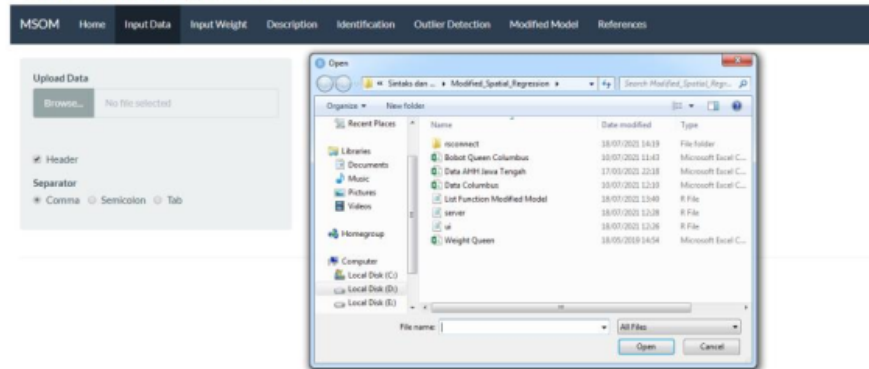


Gambar 4.2. Tampilan Awal Aplikasi

2. Input Data

Panel ini digunakan untuk mengupload data spasial yang akan dianalisis menggunakan metode regresi spasial. Data yang digunakan harus dalam format ekstensi ***.csv** atau ***.txt**. Data terdiri dari beberapa kolom, dengan urutan kolom **pertama** adalah Nama lokasi/daerah yang dianalisis, **kolom kedua** adalah variabel responnya, sedangkan mulai dari kolom ketiga merupakan variabel prediktor yang digunakan. Jadi file data yang akan dianalisis harus sesuai dengan ketentuan tersebut agar aplikasi dapat digunakan dengan baik. Sebagai contoh digunakan **Data AHH Jawa Tengah.csv**.

Modified Spatial Regression Model



Gambar 4.3. Tampilan Panel Input Data

Setelah data berhasil diupload akan ditampilkan tabel data yang digunakan. Klik Header jika baris pertama pada data yang diinputkan merupakan nama variabel. Jangan lupa untuk pilih separator yang sesuai agar data terbaca dengan baik seperti terlihat pada Gambar 4.4 berikut:

Modified Spatial Regression Model

	Kabupaten_Kota	Y	RLS	PHBSP	PA	MSKN	PGLRN
1	Wonosobo	71.3	6.51	76.49	824	20.32	9969
2	Wonogiri	76	6.68	89.31	1364	12.9	8765
3	Temanggung	75.42	6.9	79.42	2102	11.46	8794
4	Tegal	71.14	6.55	81.41	1197	9.9	9136
5	Sukoharjo	77.49	8.71	73.93	1085	8.75	10765
6	Sragen	75.55	7.04	87.78	839	14.02	12041
7	Semarang	75.57	7.87	68.61	1074	7.78	11389
8	Rembang	74.32	6.94	76.19	572	18.35	9736
9	Purworejo	74.26	7.69	76.56	1111	13.81	9601
10	Purbalingga	72.91	6.87	76.66	1137	18.8	9340

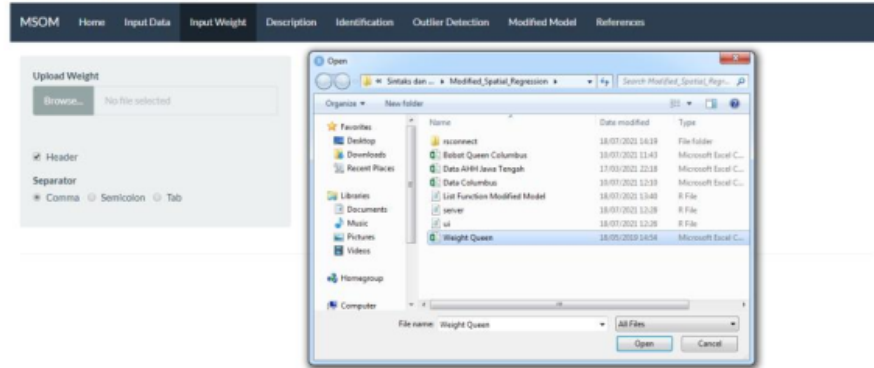
Gambar 4.4. Tampilan Hasil Input Data

3. Input Weight

Panel ini digunakan untuk mengupload informasi tentang matriks pembobot yang digunakan. Format data yang digunakan harus dalam format ekstensi *.csv atau *.txt. Matriks pembobot

harus berukuran sesuai dengan banyaknya baris pada data yang digunakan. Jika tidak, sesuai maka aplikasi akan error.

Modified Spatial Regression Model



Gambar 4.5. Tampilan Panel Input Weight

Setelah matriks berhasil diupload akan ditampilkan dalam bentuk Tabel. Klik Header jika baris pertama pada data yang diinputkan merupakan nama variabel. Jangan lupa untuk pilih separator yang sesuai agar data terbaca dengan baik seperti terlihat pada Gambar 4.6 berikut:

Modified Spatial Regression Model

MSOM Home Input Data Input Weight Description Identification Outlier Detection Modified Model References							
Upload Weight		Show 10 entries					
Browse... Weight Queen.csv		Search:					
Separator		X1	X2	X3	X4	X5	X6
Comma Semicolon Tab							
		1	0	0.33333333	0	0	0.33333333
		2	0.142857143	0	0.142857143	0.142857143	0
		3	0	0.25	0	0.25	0
		4	0	0.166666667	0.166666667	0	0.166666667
		5	0.2	0.2	0	0.2	0.2
		6	0	0	0	0.33333333	0.33333333
		7	0	0	0.142857143	0.142857143	0.142857143
		8	0	0	0	0.142857143	0.142857143
		9	0	0	0	0	0
		10	0	0	0	0	0.33333333
		Showing 1 to 10 of 35 entries					
		Previous 1 2 3 4 Next					

Gambar 4.6. Tampilan Panel Matriks Pembobot

4. Description

Panel ini menampilkan Summary dari setiap variabel dan matriks korelasi antar variabelnya. Panel ini juga dilengkapi dengan Plot Korelasi antar variabel.

Data Summary

Summary Statistics:						
Y	RLS	PHBSP	PA	MSKN	PGLRN	
Min. :68.61	Min. : 6.180	Min. :59.69	Min. : 164.0	Min. : 4.620	Min. : 7785	
1st Qu.:73.42	1st Qu.: 6.705	1st Qu.:71.60	1st Qu.: 600.0	1st Qu.: 9.325	1st Qu.: 9238	
Median :74.46	Median : 7.290	Median :78.30	Median : 901.0	Median :12.420	Median : 9813	
Mean :74.63	Mean : 7.582	Mean :79.22	Mean : 925.6	Mean :12.491	Mean :10414	
3rd Qu.:75.90	3rd Qu.: 8.260	3rd Qu.:88.06	3rd Qu.:1160.5	3rd Qu.:14.085	3rd Qu.:11379	
Max. :77.49	Max. :10.500	Max. :97.25	Max. :2195.0	Max. :20.320	Max. :14921	

Correlation Matrix:						
Y	RLS	PHBSP	PA	MSKN	PGLRN	
Y	1.000000	0.678684	0.475286	-0.029296	-0.633161	0.539521
RLS	0.678684	1.000000	0.581969	-0.192762	-0.648283	0.820127
PHBSP	0.475286	0.581969	1.000000	-0.154066	-0.383745	0.473728
PA	-0.029296	-0.192762	-0.154066	1.000000	0.276335	-0.262824
MSKN	-0.633161	-0.648283	-0.383745	0.276335	1.000000	-0.594106
PGLRN	0.539521	0.820127	0.473728	-0.262824	-0.594106	1.000000

Gambar 4.7. Tampilan Deskripsi Data



Gambar 4.8. Tampilan Plot Korelasi

5. Identification

Panel ini digunakan untuk mengidentifikasi apakah model regresi spaial memang diperlukan untuk menganalisis data spasial tersebut. Proses identifikasi dilakukan dengan menguji autokorelasi spasialnya menggunakan statistik Indeks Moran dan juga menggunakan statistik uji Lagrange Multiplier Test.

Moran Test

```
Moran Test:
-----
Variable Moran I Stat Estimate Variance SD Moran's I P-Value
[1,] 1 -0.039777 -0.029412 0.013292 -0.089905 0.535819
[2,] 2 -0.146925 -0.029412 0.013292 -1.019290 0.845967
[3,] 3 0.488039 -0.029412 0.013292 4.488299 0.000004
[4,] 4 0.311776 -0.029412 0.013292 2.959419 0.001541
[5,] 5 -0.086773 -0.029412 0.013292 -0.497544 0.690597
[6,] 6 0.396315 -0.029412 0.013292 3.692699 0.000111
[7,] 7 0.463963 -0.029412 0.013292 4.279465 0.000009
Note: [1] : Dependent Variable
      [2] : Residual Model
      [3-]: Predictor Variable
-----
```

Lagrange Multiplier Test

```
Lagrange multiplier diagnostics for spatial dependence
data:
model: lm(formula = reg.eq, data = mydata)
weights: bobot.listw

      statistic parameter p.value
LMerr   1.72193         1 0.18944
LMlag   4.25965         1 0.03903 *
RLMerr   0.22573         1 0.63471
RLMlag   2.76345         1 0.09644 .
SARMA    4.48538         2 0.10617
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Multicollinearity Detection

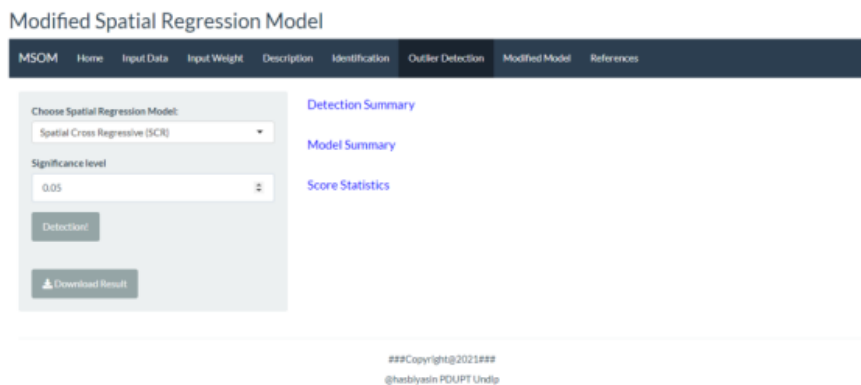
```
variance inflation factor (VIF) value of Predictor Variable
-----
      RLS      PHBSP      PA      MSKN      PGLRN
4.051608 1.516806 1.115645 1.820685 3.204108
```

Gambar 4.9. Tampilan Panel Identifikasi Model

Berdasarkan uji LMTest dapat diperoleh informasi bahwa model yang paling relevan adalah model SAR karena nilai statistik LMLag signifikan pada level 5%. Oleh karena itu selanjutnya akan dilakukan deteksi outlier pada model SAR.

6. Outlier Detection

Panel ini digunakan untuk mengidentifikasi pengamatan mana saja yang termasuk sebagai outlier pada model regresi spasial. Pada aplikasi ini, dapat dipilih model regresi spasial SCR; SAR; SDM; SEM; SDEM; atau SAC; dan juga dapat digunakan tingkat signifikansi yang diinginkan (default alpha = 5%).



Gambar 4.10. Tampilan Panel Outlier Detection Metode MSOM

Klik Tombol Detection! maka akan diperoleh output seperti pada Gambar 4.11 (Misal dipilih model SAR). Pada gambar tersebut diperoleh informasi bahwa pada model SAR terindikasi ada dua outlier yaitu pada amatan 4 dan amatan 10. Output secara detail dapat dilihat pada Tabel dibawahnya (Gambar 4.12).

Modified Spatial Regression Model

MSOM Home Input Data Input Weight Description Identification Outlier Detection Modified Model References

Choose Spatial Regression Model:

Spatial Autoregressive (SAR)

Significance level

0.05

Detection!

Download Result

Detection Summary

Outlier Detection using Mean Shift Outlier Model

Significance level : 0.05

Number of outliers : 2

Observation Number : 4.38

Model Summary

Call: lagsarlm(formula = reg.es, data = spdata, listw = bobot.listw)

Residuals:

	Min	1Q	Median	3Q	Max
	-3.73096	-0.58238	0.19588	0.84389	1.72295

Gambar 4.11. Tampilan Output Text Deteksi Outlier pada Model SAR

Score Statistics

Show 10 entries Search:

Respon	Residual	SC	Sig.
71.3	-0.686632	0.482375	0.487349
76	0.962655	0.918754	0.337802
75.42	0.195797	0.041959	0.837697
71.14	-2.82009	7.649698	0.005678
77.49	0.874104	0.727575	0.39367
75.55	1.717383	3.24596	0.0716
75.57	-0.029962	0.000887	0.976235
74.32	0.866479	0.780408	0.377016
74.26	-0.324356	0.091292	0.762542
72.91	-0.69339	0.467779	0.494011

Showing 1 to 10 of 35 entries Previous 1 2 3 4 Next

Gambar 4.12. Tampilan Output Score Statistics model SAR

Klik Tombol **Download Result** untuk menyimpan Tabel Output dalam bentuk file *.csv.

7. Modified Model

Panel ini digunakan untuk proses estimasi model regresi spasial yang akan dimodifikasi dengan metode MSOM. Ada dua langkah yang perlu dilakukan: pertama memilih model regresi

spasial yang digunakan; kedua menentukan observasi ke berapa saja (index outlier) yang terindikasi sebagai outlier.

Modified Spatial Regression Model

Gambar 4.13. Tampilan Panel Modified Model

Klik Tombol **Estimation!** maka akan diperoleh output yang berisi tentang informasi ringkasan dari model regresi spasial yang asli dan model regresi spasial yang telah dimodifikasi. Kemudian disajikan juga informasi perbandingan dari kedua model tersebut seperti nilai MSE, dan AIC dari setiap model. Terakhir diberikan juga statistik Likelihood Ratio Test (LRTTest) dari kedua model tersebut untuk menguji apakah modifikasi yang dilakukan mampu memberikan perbaikan yang signifikan. Sebagai contoh (Gambar 4.14), misal dipilih model SAR dengan observasi ke-4 dan ke-30 diindikasikan sebagai outlier.

Gambar 4.14. Tampilan Modifikasi Model SAR

Original Model	Modified Model	Model Comparison	Likelihood Ratio Test
Spatial Regression Model			
Call: lagsarlm(formula = reg.eq, data = spdata, listw = bobot.listw)			
Residuals:			
Min	1Q	Median	3Q
-3.73090	-0.58230	0.19580	0.84389
			Max
			1.72295
Type: lag			
Coefficients: (asymptotic standard errors)			
	Estimate	Std. Error	z value
(Intercept)	1.1088e+02	1.2636e+01	8.7748
RLS	6.6526e-01	3.1664e-01	2.1010
PHBSP	3.5281e-02	2.4427e-02	1.4444
PA	3.5908e-04	4.1042e-04	0.8749
MSKN	-1.9301e-01	6.2696e-02	-3.0785
PGLRN	-2.4427e-06	2.0098e-04	-0.0122
Rho: -0.55936, LR test value: 6.9958, p-value: 0.0081699			
Asymptotic standard error: 0.1701			
z-value: -3.2884, p-value: 0.0010075			
Wald statistic: 10.814, p-value: 0.0010075			

Gambar 4.15. Tampilan Output Ringkasan Model Asli (Model SAR)

Original Model	Modified Model	Model Comparison	Likelihood Ratio Test
Modified Spatial Regression Model			
Call: lagsarlm(formula = reg.eq, data = spdata.mod, listw = bobot.listw)			
Residuals:			
Min	1Q	Median	3Q
-1.5062e+00	-3.7777e-01	5.5511e-17	4.9067e-01
			Max
			1.3356e+00
Type: lag			
Coefficients: (asymptotic standard errors)			
	Estimate	Std. Error	z value
(Intercept)	1.1411e+02	9.9829e+00	11.4303
RLS	3.9434e-01	2.1140e-01	1.8646
PHBSP	3.2727e-02	1.6107e-02	2.0318
PA	3.5108e-04	2.7864e-04	1.2600
MSKN	-1.8938e-01	4.3860e-02	-4.3178
PGLRN	9.4253e-05	1.3314e-04	0.7079
`4`	-3.1437e+00	8.1460e-01	-3.8592
`30`	-4.3169e+00	8.0033e-01	-5.3939
Rho: -0.58336, LR test value: 12.728, p-value: 0.00036031			
Asymptotic standard error: 0.13712			
z-value: -4.2542, p-value: 2.0977e-05			
Wald statistic: 18.098, p-value: 2.0977e-05			

Gambar 4.16. Tampilan Output Ringkasan Model Modifikasi (Modified SAR)

Original Model	Modified Model	Model Comparison	Likelihood Ratio Test
	Skewness	Kurtosis	MSE
Original Model	-1.3092565	5.359379	1.2387379
Modified Model	-0.2786125	2.370925	0.5200938
			AIC
			BIC
			125.17355
			137.6163
			99.00723
			114.5607

Gambar 4.17. Tampilan Output Statistik Perbandingan Model

Original Model	Modified Model	Model Comparison	Likelihood Ratio Test
Likelihood ratio for spatial linear models			
data:			
likelihood ratio = 38.166, df = 2, p-value = 2.815e-07			
sample estimates:			
Log likelihood of Model.mod		Log likelihood of Model	
-39.58361		-54.58678	

Gambar 4.18. Tampilan Output Likelihood Ratio Test (Modified SAR vs SAR)

Klik Tombol **Download Result**, yang ada dibawah output tabel pada panel Original dan Modified Model, untuk menyimpan Tabel Output dalam bentuk file *.csv.

8. References

Panel ini menunjukkan beberapa referensi penting yang digunakan dalam membuat aplikasi ini.

Modified Spatial Regression Model

MSOM	Home	Input Data	Input Weight	Description	Identification	Outlier Detection	Modified Model	References
[1] J. P. LeSage and R. K. Pace, Introduction to spatial econometrics. New York: Taylor & Francis Group, 2009 [2] J. Nahar and S. Purwani, Application of Robust M-Estimator Regression in Handling Data Outliers. In 4th ICRIMS Proceedings, 2017, pp. 53-60 [3] L. Bin, J. Xiao, and D. Shi, (2016) Detection of outliers in mixed regressive-spatial autoregressive models, Communications in Statistics - Theory and Methods, 45:17, 5179-5192, DOI: 10.1080/03681097.2014.941492 [4] Dal, X., Jin, L., Shi, A. et al. Outlier detection and accommodation in general spatial models. Stat Methods Appl 25, 453-475 (2016). https://doi.org/10.1007/s10260-015-0348-1 [5] R. Blundell, spdep: Spatial Dependence: Weighting Schemes, Statistics, R package version 1.1-5, 2020 [6] R. Blundell, spatstat: Spatial Regression Analysis, R package version 1.1-5, 2019 [7] H. Yasin, B. Warsito, and A. R. Hakim, DEVELOPMENT LIFE EXPECTANCY MODEL IN CENTRAL JAVA USING ROBUST SPATIAL REGRESSION WITH M-ESTIMATORS, Commun. Math. Biol. Neurosci., 2020 (2020), Article ID 69. [8] H. Yasin, B. Warsito, and A. R. Hakim, REGRESI SPASIAL (Aplikasi dengan R), Ponorogo: WADE Group, Anggota IKAPI 182/ITI/2017								

Gambar 4.19. Tampilan Panel Referensi

1 4.4. Aplikasi R-Shiny Modified Spatial Regression Model pada Data AHH Jawa Tengah

Berikut adalah output dari semua modifikasi model regresi spasial berdasarkan deteksi outlier pada Tabel 1.1 dengan menggunakan aplikasi **Modified_Spatial_Regression** (Sintaks lengkap ada di Folder **Modified_Spatial_Regression** dapat diunduh di link: https://bit.ly/Sintaks_dan_Data_Buku dengan file Data AHH Jawa Tengah.csv dan Weight Queen.csv)

Modifikasi Model SCR dengan indeks outlier: 4 dan 30.

Original Model	Modified Model	Model Comparison	Likelihood Ratio Test
	Skewness Kurtosis	MSE	AIC BIC
Original Model	-1.2049532 5.576061	1.001469 123.37708	142.0413
Modified Model	-0.1435553 2.281733	0.431105 97.87657	119.6514

Original Model	Modified Model	Model Comparison	Likelihood Ratio Test
Likelihood ratio for spatial linear models			
data:			
Likelihood ratio = 29.501, df = 2, p-value = 3.927e-07			
sample estimates:			
Log likelihood of Model.mod	Log likelihood of Model		
-34.93829	-49.68854		

Gambar 4.20. Tampilan Modified SCR

Modifikasi Model SAR dengan indeks outlier: 4 dan 30.

Original Model	Modified Model	Model Comparison	Likelihood Ratio Test
	Skewness Kurtosis	MSE	AIC BIC
Original Model	-1.3092565 5.359379	1.2387379 125.17355	137.6163
Modified Model	-0.2786125 2.370925	0.5200938 99.00723	114.5607

Original Model	Modified Model	Model Comparison	Likelihood Ratio Test
Likelihood ratio for spatial linear models			
data:			
Likelihood ratio = 30.166, df = 2, p-value = 2.815e-07			
sample estimates:			
Log likelihood of Model.mod	Log likelihood of Model		
-39.50361	-54.58678		

Gambar 4.21. Tampilan Modified SAR

Modifikasi Model SDM dengan indeks outlier: 1, 4 dan 30.

Original Model	Modified Model	Model Comparison	Likelihood Ratio Test
	Skewness Kurtosis	MSE	AIC BIC
Original Model	-1.3074626 5.690998	0.7265829 118.33535	138.5549
Modified Model	0.1387773 2.615714	0.2163490 81.82172	106.7073

Original Model	Modified Model	Model Comparison	Likelihood Ratio Test
Likelihood ratio for spatial linear models			
data:			
Likelihood ratio = 42.514, df = 3, p-value = 3.121e-09			
sample estimates:			
Log likelihood of Model.mod	Log likelihood of Model		
-24.91086	-46.16768		

Gambar 4.22. Tampilan Modified SDM

Modifikasi Model SEM dengan indeks outlier: 4 dan 30.

Original Model	Modified Model	Model Comparison	Likelihood Ratio Test
	Skewness Kurtosis	MSE	AIC BIC
Original Model	-1.215856 4.601516	1.1641453	126.0528 138.4956
Modified Model	-0.153591 2.411298	0.6032816	107.0428 122.5963

Original Model	Modified Model	Model Comparison	Likelihood Ratio Test
Likelihood ratio for spatial linear models			
data:			
Likelihood ratio = 23.01, df = 2, p-value = 1.008e-05			
sample estimates:			
Log likelihood of Model.mod	Log likelihood of Model		
-43.52141	-55.02641		

Gambar 4.23. Tampilan Modified SEM

Modifikasi Model SDEM dengan indeks outlier: 1,2,3,4,8,15,30 dan 35.

Original Model	Modified Model	Model Comparison	Likelihood Ratio Test
	Skewness Kurtosis	MSE	AIC BIC
Original Model	-1.22671331 5.730345	0.5833123	115.1031 135.3226
Modified Model	-0.06503812 3.424096	0.1103759	72.8185 105.4808

Original Model	Modified Model	Model Comparison	Likelihood Ratio Test
Likelihood ratio for spatial linear models			
data:			
Likelihood ratio = 58.285, df = 8, p-value = 1.01e-09			
sample estimates:			
Log likelihood of Model.mod	Log likelihood of Model		
-15.40925	-44.55153		

Gambar 4.24. Tampilan Modified SDEM

Modifikasi Model SAC dengan indeks outlier: 4 dan 30.

Original Model	Modified Model	Model Comparison	Likelihood Ratio Test
	Skewness Kurtosis	MSE	AIC BIC
Original Model	-1.1957451 5.032593	1.1152587	125.2002 139.1983
Modified Model	-0.2610937 2.419402	0.5206981	100.9765 118.0853

Original Model	Modified Model	Model Comparison	Likelihood Ratio Test
Likelihood ratio for spatial linear models			
data:			
Likelihood ratio = 28.224, df = 2, p-value = 7.435e-07			
sample estimates:			
Log likelihood of Model.mod	Log likelihood of Model		
-39.48824	-53.60008		

Gambar 4.25. Tampilan Modified SAC

Berdasarkan hasil komputasi dengan aplikasi tersebut diperoleh ringkasan seperti Tabel 4.1. Berdasarkan nilai MSE, AIC dan BIC maka dapat disimpulkan bahwa model modifikasi mampu meningkatkan ukuran ketepatan model secara signifikan dibandingkan dengan ukuran ketepatan model aslinya.

Tabel 4.1. Ringkasan Perbandingan Model

Model	MSE	AIC	BIC
SCR	1,001469	123,37708	142,0413
Modified SCR	0,431105	97,87657	119,6514
SAR	1,238738	125,17355	137,6163
Modified SAR	0,520094	99,00723	114,5607
SDM	0,726583	118,33535	138,5549
Modified SDM	0,216349	81,82172	106,7073
SEM	1,164145	126,0528	138,4956
Modified SEM	0,603282	107,0428	122,5963
SDEM	0,583312	115,1031	135,3226
Modified SDEM	0,110376	72,8185	105,4808
SAC	1,115259	125,2002	139,1983
Modified SAC	0,520698	100,9765	118,0853

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Barnett V, Lewis T (1994) Outliers in statistical data. Wiley, New York.
- [2] Beckman RJ, Cook RD (1983) Outlier.. s. Technometrics 25(2):119-149.
- [3] (Badan Pusat Statistika Provinsi Jawa Tengah), Provinsi Jawa Tengah Dalam Angka (Jawa Tengah Province in Figures) 2018. Semarang: Badan Pusat Statistik Provinsi Jawa Tengah, 2018.
- [4] Cerioli A, Riani M (1999) The ordering of spatial data and the detection of multiple outliers. J Comput Gr Stat 8(2):239-258.
- [5] Dai, X., Jin, L., Shi, A. et al. Outlier detection and accommodation in general spatial models. Stat Methods Appl 25, 453-475 (2016).
<https://doi.org/10.1007/s10260-015-0348-1>.
- [6] L. Anselin, "SPATIAL DATA ANALYSIS WITH GIS: AN INTRODUCTION TO APPLICATION IN THE SOCIAL SCIENCES Technical Report 92-10," 1992.
- [7] S. Shekhar, C. T. Lu, and P. Zhang, "A Unified Approach to Detecting Spatial Outliers," Geoinformatica, vol. 7, no. 2, pp. 139-166, 2003.
- [8] C. Chen, "Statistics and Data Analysis Paper 265-27 Robust Regression and Outlier Detection with the ROBUSTREG Procedure," Statistics (Ber), 2002.
- [9] Q. Cai, H. He, and H. Man, "Spatial outlier detection based on iterative self-organizing learning model," Neurocomputing, vol. 117, pp. 161-172, 2013.
- [10] (Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Tengah), Profil Kesehatan Provinsi Jawa Tengah 2017, vol. 3511351, no. 24. Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Tengah, 2017.
- [11] L. Anselin, Spatial Econometrics: Methods and Models. Kluwer Academic Publishers, 1988.

- [12] J. P. LeSage and R. K. Pace, Introduction to spatial econometrics. New York: Taylor & Francis Group, 2009.
- [13] J. P. LeSage, The Theory and Practice of Spatial Econometrics. New York: University of Toledo, 1999.
- [14] J. Nahar and S. Purwani, "Application of Robust M-Estimator Regression in Handling Data Outliers," in 4th ICRIEMS Proceedings, 2017, pp. 53–60.
- [15] Militino AF, Palacios MB, Ugarte MD(2003) Robust trend parameters in a multivariate spatial linear model Test 12(2):445–457
- [16] P. M. Robinson and S. Thawornkaiwong, "Statistical inference on regression with spatial dependence," J. Econom., vol. 167, no. 2, pp. 521–542, 2012.
- [17] R. Bivand and G. Piras, "Comparing Implementations of Estimation Methods for Spatial Econometrics," J. Stat. Softw., vol. 63, no. 18, pp. 1–36, 2015.
- [18] R. Bivand, "spdep: Spatial Dependence: Weighting Schemes, Statistics," R package version 1.1-5. 2020.
- [19] R. Bivand, "spatialreg: Spatial Regression Analysis," R package version 1.1-5. 2019.

LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Penelitian

Data Angka Harapan Hidup (AHH) dan Faktor-faktor yang
Diduga Mempengaruhinya pada 35 kabupaten/kota di Provinsi
Jawa Tengah tahun 2017

No	AHH (tahun)	RLS (tahun)	PHBS (%)	Posyandu (unit)	Penduduk Miskin (%)	Pengeluaran Per Kapita Disesuaikan (Ribu Rupiah)
1	71.30	6.51	76.49	824	20.32	9969
2	76.00	6.68	89.31	1364	12.90	8765
3	75.42	6.90	79.42	2102	11.46	8794
4	71.14	6.55	81.41	1197	9.90	9136
5	77.49	8.71	73.93	1085	8.75	10765
6	75.55	7.04	87.78	839	14.02	12041
7	75.57	7.87	68.61	1074	7.78	11389
8	74.32	6.94	76.19	572	18.35	9736
9	74.26	7.69	76.56	1111	13.81	9601
10	72.91	6.87	76.66	1137	18.80	9340
11	72.98	6.31	72.26	356	17.37	7785
12	73.46	6.73	75.50	901	12.61	9702
13	75.80	7.08	69.01	970	11.38	9813
14	73.39	7.41	59.69	1608	12.42	8627
15	76.44	8.31	78.30	400	7.59	10639
16	74.23	8.29	90.41	173	8.11	12283
17	77.06	10.38	94.71	588	10.65	13986
18	77.21	10.50	92.29	1219	4.62	14334
19	76.98	10.15	86.17	216	5.07	14921
20	74.19	8.56	92.66	322	7.47	11800
21	76.66	10.30	97.25	164	8.75	11525
22	76.62	8.23	92.83	2195	14.15	11369
23	74.24	6.85	64.18	637	11.10	10863
24	72.98	7.29	78.32	1873	19.60	8446

25	77.31	8.50	88.35	985	12.28	10933
26	75.68	7.33	83.67	665	8.12	9745
27	74.46	6.66	89.22	761	13.27	9716
28	75.27	7.47	81.41	764	13.41	9544
29	73.24	6.91	74.56	1143	13.94	9896
30	68.61	6.18	66.01	857	19.14	9554
31	75.72	7.44	68.17	1232	11.96	12262
32	73.99	6.45	68.36	221	13.04	9065
33	74.50	6.61	83.68	612	10.80	8805
34	73.33	7.40	70.94	1178	17.05	10713
35	73.79	6.27	68.47	1052	17.21	8630

Daftar Nama Kabupaten/Kota di Jawa Tengah:

No	Kabupaten/Kota	No	Kabupaten/Kota
1	Wonosobo	19	Kota Salatiga
2	Wonogiri	20	Kota Pekalongan
3	Temanggung	21	Kota Magelang
4	Tegal	22	Klaten
5	Sukoharjo	23	Kendal
6	Sragen	24	Kebumen
7	Semarang	25	Karanganyar
8	Rembang	26	Jepara
9	Purworejo	27	Grobogan
10	Purbalingga	28	Demak
11	Pemalang	29	Cilacap
12	Pekalongan	30	Brebes
13	Pati	31	Boyolali
14	Magelang	32	Blora
15	Kudus	33	Batang
16	Kota Tegal	34	Banyumas
17	Kota Surakarta	35	Banjarnegara
18	Kota Semarang		

BIOGRAFI ²PENULIS



Hasbi Yasin, S.Si., M.Si. lahir di Pekalongan, Jawa Tengah pada 17 Desember 1982. Menyelesaikan program sarjana di Matematika FMIPA Universitas Diponegoro pada tahun 2005 Magister Statistika Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya pada tahun 2011 dan mendapatkan penghargaan sebagai wisudawan terbaik. Hasbi Yasin merupakan Dosen di Departemen Statistika FSM UNDIP dengan bidang keahlian Statistika Spasial dan Komputasi Statistika. Ia juga mengampu mata kuliah Teknik Simulasi, Metode Numerik dan Teori Antrian. Selama menjadi tenaga pendidik Ia aktif melakukan penelitian antara lain didanai oleh Dana Swakelola BKP Provinsi Jawa Tengah (2012), DIPA PNPB FSM Undip, Penelitian Fundamental DIKTI, Penelitian Hibah Bersaing DIKTI, Penelitian Dasar Unggulan Perguruan Tinggi (PDUPT), Penelitian Terapan Unggulan Perguruan Tinggi (PTUPT). Ia juga sudah menerbitkan buku dengan judul “Geographically Weighted Regression (GWR): Sebuah Kajian Regresi Geografis” dan “Spatial Data Panel”, dan “Regresi Spasial: Aplikasi dengan R”. Buku ke-4 ini masih tentang Regresi Spasial berjudul “Regresi Spasial Tingkat Lanjut” yang merupakan hasil luaran penelitian PDUPT Tahun 2021. Ia juga telah mempublikasikan karya ilmiah di jurnal nasional terakreditasi SINTA S2 dan beberapa jurnal internasional bereputasi terindeks Scopus. Selain itu, Ia juga telah mempunyai beberapa sertifikat HKI atas karya ciptaannya. Pembaca dapat melihat profil pribadi penulis di Scopus: ([id= 54915555400](https://orcid.org/0000-0002-4887-9646)), Orcid id: <https://orcid.org/0000-0002-4887-9646> atau di SINTA: ([id=5974834](https://orcid.org/0000-0002-4887-9646)).



Dr. Budi Warsito, S.Si., M.Si. lahir di Sukoharjo, Jawa Tengah 24 Agustus 1975. Menyelesaikan pendidikan S1, S2, dan S3 di Program Studi Matematika FMIPA Universitas Gadjah Mada. Ia merupakan Dosen di Departemen Statistika FSM UNDIP dengan bidang keahlian Time Series dan Neural Network. Selama menjadi tenaga pendidik Ia aktif melakukan penelitian yang didanai oleh DIPA PNBPFM Undip, LPPM Undip, dan DRPM Kemenristek Dikti/BRIN. Ia juga telah mempublikasikan karya ilmiah di jurnal nasional terakreditasi SINTA S2 dan beberapa jurnal internasional bereputasi terindeks Scopus. Selain itu, Ia juga telah mempunyai beberapa sertifikat HKI atas karya ciptaannya. Pembaca dapat melihat profil pribadi penulis di Scopus: (id= 57188561936), atau di SINTA: (id= 5974829).



Arief Rachman Hakim, S.Si., M.Si. lahir di Lampung, 30 Juli 1993. Menyelesaikan program sarjana di Departemen Statistika FSM Universitas Diponegoro pada tahun 2014, Magister Statistika Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya pada tahun 2016. Ia merupakan Dosen di Departemen Statistika FSM UNDIP dengan bidang keahlian Time Series dan Neural Network. Selama menjadi tenaga pendidik Ia aktif melakukan penelitian yang didanai oleh DIPA PNBPFM Undip, LPPM Undip, dan DRPM Kemenristek Dikti/BRIN. Ia juga telah mempublikasikan karya ilmiah di jurnal nasional terakreditasi SINTA S2 dan beberapa jurnal internasional bereputasi terindeks Scopus. Selain itu, Ia juga telah mempunyai beberapa sertifikat HKI atas karya ciptaannya. Pembaca dapat melihat profil pribadi

penulis di Scopus: (id= 57197732882), atau di SINTA: (id= 6670645).



BUATBUKU.COM

----- BUAT AJA DULU-----

Buku_Modifikasi_Regresi_Spasial_2021.pdf

ORIGINALITY REPORT

11%

SIMILARITY INDEX

11%

INTERNET SOURCES

3%

PUBLICATIONS

3%

STUDENT PAPERS

PRIMARY SOURCES

1

eprints2.undip.ac.id

Internet Source

6%

2

www.buatbuku.com

Internet Source

2%

3

jurnal.uns.ac.id

Internet Source

1%

4

repository.its.ac.id

Internet Source

1%

5

afni.nimh.nih.gov

Internet Source

1%

6

repository.akprind.ac.id

Internet Source

1%

7

labs.bio.unc.edu

Internet Source

1%

Exclude quotes On

Exclude matches < 1%

Exclude bibliography On