

LEMBAR
HASIL PENILAIAN SEJAWAT SEBIDANG ATAU *PEER REVIEW*
KARYA ILMIAH : PROSIDING NASIONAL

Judul Jurnal Ilmiah (Artikel) : Operator Adjoint pada Ruang Fungsi Terintegral Dunford
Nama/ Jumlah Penulis : **Solikhin**, Susilo Hariyanto, YD Sumanto, A Aziz
Status Pengusul : penulis ke-1
Identitas Prosiding :
a. Nama Prosiding : PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika
b. Nomor ISSN : 2613-9189
c. Vol, No., Bln Thn : 3(2020): 34-40, 2020
d. Penerbit : Jurusan Matematika FMIPA UNNES
e. DOI artikel (jika ada) :
f. Alamat web penerbit : <https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/37545>
g. Terindex : Google Scholar, Garuda

Kategori Publikasi Prosiding : ☐ Prosiding Internasional
(beri ✓ pada kategori yang tepat) ☒ Prosiding Nasional
☐ Poster

Hasil Penilaian *Peer Review* :

Komponen Yang Dinilai	Nilai Reviewer		Nilai Rata-Rata
	Reviewer 1	Reviewer 2	
a. Kelengkapan unsur isi jurnal (10%)	0,9	0,975	0,9375
b. Ruang lingkup dan kedalaman pembahasan (30%)	2,9	2,95	2,925
c. Kecukupan dan kemutahiran data/informasi dan metodologi (30%)	2,8	2,9	2,85
d. Kelengkapan unsur dan kualitas terbitan/jurnal (30%)	2,8	2,925	2,8625
Total = (100%)	9,4	9,75	9,575
Nilai Pengusul = 60% x 9,575 = 5,745			

Semarang,
Reviewer 1

Nama : Prof. Dr. Sunarsih, M.Si.
NIP. 195809011986032002
Unit Kerja : FSM Undip
Bidang Ilmu : Matematika

Reviewer 2

Nama : Drs. Bayu Surarso, M.Sc Ph.D.
NIP. 19631105 198803 1 001
Unit Kerja : FSM Undip
Bidang Ilmu : Matematika

LEMBAR
HASIL PENILAIAN SEJAWAT SEBIDANG ATAU *PEER REVIEW*
KARYA ILMIAH : PROSIDING NASIONAL

Judul Jurnal Ilmiah (Artikel) : Operator Adjoint pada Ruang Fungsi Terintegral Dunford

Nama/ Jumlah Penulis : Solikhin, Susilo Hariyanto, YD Sumanto, A Aziz

Status Pengusul : penulis ke-1

Identitas Prosiding :

a. Nama Prosiding : PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika

b. Nomor ISSN : 2613-9189

c. Vol, No., Bln Thn : 3(2020): 34-40, 2020

d. Penerbit : Jurusan Matematika FMIPA UNNES

e. DOI artikel (jika ada) :

f. Alamat web penerbit : <https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/37545>

g. Terindex : Google Scholar, Garuda

Kategori Publikasi Prosiding :

Prosiding Internasional

√

 Prosiding Nasional

Poster

(beri ✓ pada kategori yang tepat)

Hasil Penilaian *Peer Review* :

Komponen Yang Dinilai	Nilai Maksimal Prosiding			Nilai Akhir Yang Diperoleh
	Prosiding Internasional 	Prosiding Nasional 10	Poster 	
a. Kelengkapan unsur isi jurnal (10%)		1		0,9
b. Ruang lingkup dan kedalaman pembahasan (30%)		3		2,9
c. Kecukupan dan kemutakhiran data/informasi dan metodologi (30%)		3		2,8
d. Kelengkapan unsur dan kualitas terbitan/prosiding (30%)		3		2,8
Total = (100%)		10		9,4
Nilai Pengusul = 60% x 9,4 = 5,64				

Catatan Penilaian artikel oleh Reviewer :

1. **Kesesuaian dan kelengkapan unsur isi prosiding:**

Kelengkapan dari artikel ini dalam membahas tentang integral Dunford fungsi bernilai Banach adalah lengkap dan kesesuaiannya juga baik.

2. **Ruang lingkup dan kedalaman pembahasan:**

Ruang lingkup dan kedalaman artikel ini baik, yakni artikel ini membahas secara lengkap termasuk tentang operator adjoin dan beberapa sifatnya yang terkait dengan integral Dunford.

3. **Kecukupan dan kemutakhiran data/informasi dan metodologi:**

Kecukupan dan kemutakhiran serta metodologi karena kajian teori tentang matematika analisis maka dikung oleh 9 referensi dan hanya 1 referensi yang up to date. Materi yang dibahas merupakan termasuk materi yang mutakhir di bidang matematika Analisis, khususnya teori integral. Namun demikian dalam kajian ilmu matematika sangat baik.

4. **Kelengkapan unsur dan kualitas terbitan:**

Terbitan memiliki kualitas yang baik sebagai prosiding nasional. Kelengkapan unsur-unsur dalam penerbitan juga baik dengan similaritynya 15%.

Semarang, 1 Maret 2023
Reviewer 1



Nama : Prof. Dr. Sunarsih, M.Si.
NIP. 195809011986032002
Unit Kerja : FSM Undip
Bidang Ilmu : Matematika

LEMBAR
HASIL PENILAIAN SEJAWAT SEBIDANG ATAU *PEER REVIEW*
KARYA ILMIAH : PROSIDING NASIONAL

Judul Jurnal Ilmiah (Artikel) : Operator Adjoint pada Ruang Fungsi Terintegral Dunford
Nama/ Jumlah Penulis : **Solikhin**, Susilo Hariyanto, YD Sumanto, A Aziz
Status Pengusul : penulis ke-1
Identitas Prosiding :
a. Nama Prosiding : PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika
b. Nomor ISSN : 2613-9189
c. Vol, No., Bln Thn : 3(2020): 34-40, 2020
d. Penerbit : Jurusan Matematika FMIPA UNNES
e. DOI artikel (jika ada) :
f. Alamat web penerbit : <https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/37545>
g. Terindex : Google Scholar, Garuda

Kategori Publikasi Prosiding :

☐
☒
☐

 Prosiding Internasional
(beri ✓ pada kategori yang tepat)

☒
☐

 Prosiding Nasional

☐

 Poster

Hasil Penilaian *Peer Review* :

Komponen Yang Dinilai	Nilai Maksimal Prosiding			Nilai Akhir Yang Diperoleh
	Prosiding Internasional ☐	Prosiding Nasional 10	Poster ☐	
a. Kelengkapan unsur isi jurnal (10%)		1		0,975
b. Ruang lingkup dan kedalaman pembahasan (30%)		3		2,95
c. Kecukupan dan kemutakhiran data/informasi dan metodologi (30%)		3		2,9
d. Kelengkapan unsur dan kualitas terbitan/prosiding (30%)		3		2,925
Total = (100%)		10		9,75
Nilai Pengusul = 60% x 9,75 = 5,85				

- Catatan Penilaian artikel oleh Reviewer :
1.

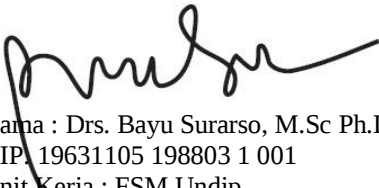
Kesesuaian dan kelengkapan unsur isi prosiding:
Isi artikel membahas tentang operator adjoin dalam ruang integral dunford, sehingga artikel ini sangat sesuai dengan bidang matematika analisis. Kelengkapan isi prosiding cukup baik, uraian abstrak, bagian pembahasan dan kesimpulan juga lengkap.
2.

Ruang lingkup dan kedalaman pembahasan:
Lingkup pembahasan sesuai dengan permasalahan yang dituliskan dalam abtrak maupun bagian pendahuluan. Dalam pembahsannya permasalahan utama dikaji secara mendalam dengan hasil berupa teorema dan bukti.
3.

Kecukupan dan kemutakhiran data/informasi dan metodologi:
Metodologi yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi literatur. Informasi bahasan cukup baik dan terstruktur, sehingga unsur kemutakhiran dan orisinilnya artikel ini ada.
4.

Kelengkapan unsur dan kualitas terbitan:
Prosiding sangat berkualitas dan unsurnya lengkap. Hasil Turnitin artikel juga baik yakni 15%.

Semarang, Februari 2023
Reviewer 2



Nama : Drs. Bayu Surarso, M.Sc Ph.D.
NIP. 19631105 198803 1 001
Unit Kerja : FSM Undip
Bidang Ilmu : Matematika



PRISMA

Prosiding Seminar Nasional Matematika

Diterbitkan oleh:
Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Semarang

PRISMA	Volume 3		Semarang Februari 2020	ISSN 2613-9189
--------	----------	--	---------------------------	-------------------

ISSN 2613-9189

Editorial

CHIEF OF EDITOR

Dr. Isnaini Rosyida, M.Si.

REVIEWER

Dr. Rochmad, M.Si.

Dr. Scolastika Mariani, M.Si.

Dr. Wardono, M.Si.

Dr. Tri Sri Noor Asih, M.Si.

Dr. Nuriana Rahmani Dewi (Nino Adhi), M.Pd.

Dr. rer. nat. Adi Nur Cahyono, M.Pd.

Dr. Iqbal Kharisudin, S.Pd., M.Sc.

TIM EDITOR

Muhammad Kharis, S.Si., M.Sc.

Muhammad Fajar Safaatullah, S.Si., M.Si.

Muhammad Zuhair Zahid, S.Pd.Si., M.Pd.

Amidi, S.Si., M.Pd.

LAYOUT & DESAIN SAMPUL

Gilang Kusuma Lestari

Dedy Kurnianto

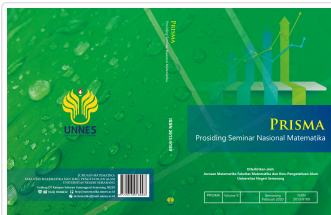
Nur Afiani Herniatsih

Lutfiana Waluyo Saputri

Alamat Korespondensi:

Jurusan Matematika
Universitas Negeri Semarang
Gedung D7 Lantai 1
Fakultas Matematika dan Ilmu
Pengetahuan Alam
Kampus Sekaran, Kel. Sekaran, Kec. Gunung
Pati, Semarang, Jawa Tengah 50229
☎ (024) 8508032.
email: matematika@mail.unnes.ac.id
website: <http://matematika.unnes.ac.id>

Home (<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/index>)
 / Archives (<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/issue/archive>)
 / Vol 3 (2020): PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika



Published: 2020-03-13

(<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/issue/view/1734>)

Full Issue

Cover Prisma 2020 (<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/issue/view/1734/Cover%20Prisma%202020%20PDF>)

Editorial (<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/issue/view/1734/Editorial%20Prisma%202020>)

Sekapur Sirih (<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/issue/view/1734/Sekapur%20Sirih%20PDF>)

Daftar Isi 2020 (<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/issue/view/1734/Daftar%20Isi%20Prisma%202020%20PDF>)

Articles

Analisis Pengaruh Operator Genetik pada Algoritma Genetika dan Penerapannya pada Traveling Salesman Problem (TSP)

(<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/37546>)

Nuzulul Khairu Nissa, Farikhin Farikhin, Bayu Surarso

1-7

PDF (<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/37546/15465>)

Prime Labeling of Pan Graph and Its Line, Middle and Duplication Graph

(<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/37607>)

Helmi Helmi, Fransiskus Fran, Dany Riansyah Putra

8-13

PDF (<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/37607/15461>)

Pelabelan Super Sisi Ajaib pada Graf Kembang Api Termodifikasi

(<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/37610>)

Martinus J. Setiawan, Adelia Chindranata, Kiki A. Sugeng

14-24

PDF (<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/37610/15462>)

Pelabelan Harmonis Pada Graf Tangga Segitiga Jembatan XJn

(<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/37613>)

Kurniawan Atmadja, Marhaeni Marhaeni

25-28

PDF (<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/37613/15464>)

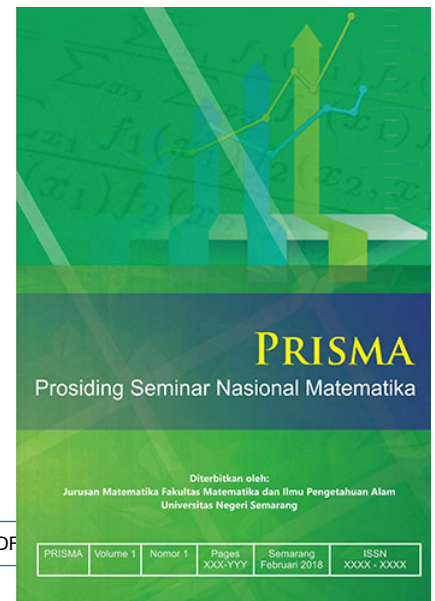
Pelabelan Total Tak Ajaib Sisi pada Gabungan Dua Sikel

(<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/37617>)

Dominikus Arif Budi Prasetyo

29-33

PDF (<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/37617/15463>)



ISSN 2613-9189

Focus and Scope

Publication Ethics

Indexing

Author Guidelines

Template Article

Mendeley Guidelines

Submissions

Editorial Teams

Reviewer Teams

Citations in Google

Profile in DOAJ

Statistics Visitor

Author Index

Contact



Pengunjung			
ID	301,822	IN	167
US	6,565	NL	159
MY	2,006	PH	117
SG	539	GB	105
TR	373	ZA	101
CA	284	TH	87
JP	220	TL	82
CN	187	DE	76
Pageviews: 436,555			

FLAG counter

(<https://info.flagcounter.com/fNml>)

Stat Counter: View My Stats

(<http://statcounter.com/p11600115/?guest=1>)

Information

For Readers

(<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma>)

For Authors

Operator Adjoint pada Ruang Fungsi Terintegral Dunford
(<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/37545>)

Solikhin Solikhin, Susilo Hariyanto, YD Sumanto, Abdul Aziz
34-40

PDF (<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/37545/15468>)

(<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma>)

For Librarians

(<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma>)

Keacakan Konstruksi Segi n Tidak Beraturan Pada Lingkaran Satuan Berbantu MATLAB
(<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/37568>)

Beni Utomo
41-45

PDF (<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/37568/15466>)

Pemodelan volatilitas return indeks saham menggunakan model GARCH(1,1) berdistribusi skew-normal
(<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/37769>)

Agus Priyono, Didit Budi Nugroho, B. Susanto
46-51

PDF (<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/37769/15473>)

Metode Robust Principle Component Analysis (RPCA) dengan Algoritme Proyeksi dan Matriks Ragam Peragam
(<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/37648>)

Ratna Nur Mustika Sanusi, Dewi Retno Sari Saputro
52-57

PDF (<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/37648/15467>)

Clustering Data dengan Algoritme Fuzzy c-Means Berbasis Indeks Validitas Partition Coefficient and Exponential Separation (PCAES)
(<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/37649>)

Dewi Syifaur Rohmah, Dewi Retno Sari Saputro
58-63

PDF (<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/37649/15469>)

Klasifikasi dengan Pohon Keputusan Berbasis Algoritme C4.5
(<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/37650>)

Panji Bimo Nugroho Setio, Dewi Retno Sari Saputro, Bowo Winarno
64-71

PDF (<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/37650/15478>)

Klasifikasi dengan Pohon Keputusan Berbasis Algoritme C5.0 untuk Atribut Kontinu dan Diskrit (<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/37651>)

Afif Zakiy Abdullah, Dewi Retno Sari Saputro, Bowo Winarno
72-76

PDF (<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/37651/15482>)

Minat terhadap Penggunaan Paket Software Analisis Statistika Mahasiswa Tadris Matematika lain Purwokerto
(<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/37652>)

Mutijah Mutijah, Fitria Zana Kumala, Heru Agni Setiaji
77-83

PDF (<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/37652/15487>)

Pengaruh Remunerasi dan Motivasi Terhadap Kinerja Pegawai UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta dengan Menggunakan Structural Equation Modelling
(<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/37653>)

Epha Diana Supandi, Siti Mutmainatus S
84-94

PDF (<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/37653/15489>)



Prime Labeling of Pan Graph and Its Line, Middle and Duplication Graph

Helmi^{a,*}, Fransiskus Fran^b, Dany Riansyah Putra^c

^{a,b,c} Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Tanjungpura

* Alamat Surel: helmi132205@yahoo.co.id

Abstrak

Suatu graf $G = (V, E)$ dengan $|V| = n$ memiliki pelabelan prima jika titik-titiknya dapat dilabelkan dengan bilangan bulat positif berbeda 1, 2, 3, ..., n sedemikian sehingga untuk sisi xy , label dari x dan y relatif prima. Graf yang memenuhi kondisi tersebut disebut graf prima. Pada penelitian ini dilakukan investigasi pelabelan prima untuk pan graph serta line, middle dan duplikasi dari pan graph.

Kata kunci:

Pelabelan prima, Graf prima, Relatif prima

© 2020 Dipublikasikan oleh Jurusan Matematika, Universitas Negeri Semarang

1. Pendahuluan

Graf merupakan pasangan himpunan titik dan himpunan sisi. Graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan $(V(G), E(G))$ dimana $V(G)$ adalah himpunan tak kosong dari unsur-unsur yang disebut titik (vertex) dan $E(G)$ adalah himpunan dari pasangan tak terurut (u, v) dari titik-titik u, v di $V(G)$ yang disebut sisi (edge). Selanjutnya sisi $e = (u, v)$ pada graf G ditulis $e = uv$.

Pelabelan graf adalah suatu pemetaan satu-satu yang memetakan himpunan dari elemen-elemen graf ke himpunan bilangan bulat positif. Atau sebarang pemetaan yang memasangkan unsur – unsur graf titik atau sisi dengan bilangan bulat. Jika domain dari pemetaan adalah titik, maka pelabelan disebut pelabelan titik. Salah satu bentuk pengembangan dari pelabelan titik adalah pelabelan prima. Pelabelan prima pada suatu graf merupakan pelabelan graf yang sedemikian sehingga setiap pasang titik u dan v yang bertetangga, $FPB(f(u), f(v)) = 1$. Graf yang memenuhi kondisi tersebut disebut graf prima.

Penelitian sebelumnya terkait pelabelan prima pernah dilakukan oleh Prajapati dan Vaidya (2012) serta Prajapati dan Gajjar (2014). Keduanya membahas mengenai pelabelan prima pada titik-titik dari suatu graf. Pada penelitian ini juga akan dilakukan pelabelan prima pada line, middle dan split dari graf pan.

Graf line secara sederhana diartikan sebagai bentuk perubahan sisi menjadi titik. Sedangkan pengertian dari graf line adalah titik yang diambil dalam korespondensi satu-satu dari sisi graf G dan dinotasikan sebagai $L(G)$. Dikatakan dua titik dari $L(G)$ bertetangga (adjacent) jika dan hanya jika korespondensi sisi dari graf G juga bertetangga (adjacent). (Roza, 2014).

Graf middle dari suatu graf terhubung G yang dinotasikan dengan $M(G)$ merupakan graf dengan himpunan titik hasil dari gabungan titik-titik dan sisi pada graf G . Dua titik saling terhubung jika merupakan titik yang saling bertetangga pada G atau merupakan titik dan sisi yang saling terhubung pada G . (Thenmozhi, 2017).

Graf split dari suatu graf G diperoleh dengan menambah titik baru v' untuk setiap titik v pada graf G , kemudian menghubungkan v' ke setiap titik di G yang terhubung dengan v . (Raj, 2011).

2. Hasil dan Pembahasan

To cite this article:



Pelabelan Super Sisi Ajaib pada Graf Kembang Api Termodifikasi

Martinus J. Setiawan^{a,*}, Adelia Chindranata^b, Kiki A. Sugeng^c

^{a,b,c}Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Indonesia, Kampus UI, Depok 16424, Indonesia

* Alamat Surel: martinus.julius@sci.ui.ac.id

Abstrak

Misal $G = (V, E)$ adalah graf terhubung sederhana dan tidak berarah dengan $|V|$ simpul and $|E|$ sisi. Suatu pemetaan bijektif f dari himpunan simpul gabung himpunan sisi ke himpunan $\{1, 2, \dots, |V| + |E|\}$ disebut sebagai pelabelan total sisi ajaib pada G jika ada konstanta $s \in \mathbb{N}$ (disebut konstanta ajaib f) sehingga bobot sisi uv adalah $f(u) + f(v) + f(uv) = s$ untuk setiap $uv \in E(G)$. Jika $f: V(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, |V|\}$ dan $f: E(G) \rightarrow \{|V| + 1, |V| + 2, \dots, |V| + |E|\}$ maka f disebut pelabelan total super sisi ajaib dan G disebut graf super sisi ajaib. Graf kembang api (*firecracker*) $(F_{n,k})$ adalah graf yang didapatkan dengan menggabungkan n buah graf bintang- k dengan menghubungkan salah satu daun pada masing-masing graf bintang- k . Misalkan $S_{m_i}, i = 1, 2, \dots, n$ adalah graf bintang, dengan $m_{i+1} = m_i + 1$ dan $m_1 = m \in \mathbb{N}$. Graf kembang api termodifikasi (*modified firecracker*) $(F'_{m,n})$ adalah graf yang didapatkan dengan menggabungkan, graf bintang S_{m_i} dan lintasan P_n , dengan cara satu daun dari tiap graf bintang ditempelkan pada satu simpul di P_n . Pelabelan total sisi ajaib pada graf kembang api termodifikasi yang akan dibuktikan pada studi ini memiliki minimal tiga buah simpul pada graf bintang pertama ($m \geq 3$) dan minimal terdapat tiga buah graf bintang ($n \geq 3$). Pada penelitian ini dibuktikan bahwa sembarang graf kembang api termodifikasi adalah graf total super sisi ajaib.

Kata kunci:

Pelabelan sisi ajaib, Pelabelan total sisi ajaib, graf kembang api, graf kembang api termodifikasi

© 2020 Dipublikasikan oleh Jurusan Matematika, Universitas Negeri Semarang

1. Pendahuluan

Pelabelan graf merupakan salah satu topik dalam teori graf. Objek kajiannya berupa graf yang secara umum direpresentasikan oleh simpul dan sisi serta himpunan bagian bilangan asli yang disebut label. Konsep pelabelan ajaib (*magic labelling*) diperkenalkan oleh Sadhana tahun 1964, sedangkan konsep pelabelan total sisi ajaib (*edge magic total labelling*) yang digunakan berdasarkan konsep Enomoto *et al* (1998).

Misal $G = (V, E)$ dengan $|V|$ simpul and $|E|$ sisi merupakan graf terhubung sederhana dan tidak berarah. Suatu pemetaan bijektif f dari himpunan simpul gabung himpunan sisi ke himpunan $\{1, 2, \dots, |V| + |E|\}$ disebut sebagai pelabelan total sisi ajaib pada G jika terdapat suatu konstanta $c \in \mathbb{N}$ (disebut konstanta ajaib f) sehingga bobot sisi uv adalah $f(u) + f(v) + f(uv) = s$ untuk setiap $uv \in E(G)$ (Enomoto *et al.*, 1998). Jika $f: V(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, |V|\}$ dan $f: E(G) \rightarrow \{|V| + 1, |V| + 2, \dots, |V| + |E|\}$ maka f disebut pelabelan total super sisi ajaib (Enomoto *et al*, 1998) dan G disebut graf super sisi ajaib. Pada penelitian sebelumnya telah dilakukan pelabelan super sisi ajaib pada graf kembang api regular (Swaminathan & Jeyanthi, 2006). Selain itu, telah ditemukan konstruksi pelabelan super sisi ajaib pada graf bintang- n pada tahun 2002 oleh Lee dan Kong (Gallian, J.A., 2018).

Berdasarkan Gallian (2018), belum dibahas pelabelan super sisi ajaib untuk graf kembang api yang tak regular. Oleh karena itu pada makalah ini akan diberikan konstruksi pelabelan super sisi ajaib untuk graf kembang api termodifikasi.

To cite this article:



Pelabelan Harmonis Pada Graf Tangga Segitiga Jembatan XJ_n

Kurniawan Atmadja^{a,*}, Marhaeni^a

^a *Institusi Sains dan Teknologi Nasional, Jl. M.Kahfi II Jagakarsa Jakarta Selatan 12640 Indonesia,*

*Alamat Surel: kurniawan_atmadja@istn.ac.id

Abstrak

Misalkan $G = (V, E)$ atau sering ditulis G adalah graf dengan himpunan tak kosong simpul $V = V(G)$ dan himpunan busur $E = E(G)$ dimana $|V(G)|$ dan $|E(G)|$ menyatakan banyaknya simpul dan banyaknya busur pada G . Suatu pemetaan f dari V ke $\mathbb{Z}_{|E(G)|}$ dimana $|E(G)| \geq |V(G)|$ disebut pelabelan harmonis jika f merupakan pemetaan injektif sedemikian hingga ketika setiap busur xy dilabel dengan $f^*(xy) = f(x) + f(y) \pmod{|E(G)|}$ menghasilkan label busur yang berbeda. Pada penelitian ini, dikaji graf tangga segitiga jembatan XJ_n . Konstruksi Graf tangga segitiga jembatan XJ_n adalah graf yang mengalami perluasan dari sebuah graf tangga segitiga variasi X_n . Dengan memberi penambahan satu simpul dan dua busur dibagian awal dan akhir pada graf segitiga variasi X_n didapatkan graf baru. Graf tangga segitiga variasi X_n adalah perluasan graf tangga segitiga L_n yang mengalami variasi. Dinamakan graf tangga segitiga jembatan karena bentuk hasil dari temuan konstruksinya menyerupai bentuk seperti jembatan. Diteliti graf tangga segitiga jembatan XJ_n merupakan graf harmonis.

Kata kunci:

Graf Tangga Segitiga, Graf Tangga Segitiga Variasi, Pelabelan Graf Harmonis.

© 2020 Dipublikasikan oleh Jurusan Matematika, Universitas Negeri Semarang

1. Pendahuluan

Teori graf salah satu cabang Matematika yang dewasa ini pesat perkembangannya. Dengan teori graf banyak hal - hal baru yang tergal, di antaranya mempelajari jenis pelabelan. Dari sebanyak jenis pelabelan graf, dibahas pelabelan harmonis pada graf yang menjadi topik artikel penelitian ini. Misalkan $G(V, E)$ atau dapat ditulis G , adalah graf dengan himpunan simpul tak kosong $V(G)$ dan himpunan busur $E(G)$. Banyak simpul dinotasikan dengan $|V| = p$, dan banyak busur dinotasikan dengan $|E| = q$. Untuk mengkonstruksi pelabelan harmonis dari suatu graf haruslah dipenuhi syarat $|E(G)| \geq |V(G)|$, dimana $V(G)$ adalah himpunan simpul dan $E(G)$ adalah himpunan busur pada graf. Pelabelan harmonis adalah suatu fungsi injektif $f: V(G) \rightarrow \mathbb{Z}_q$ sedemikian hingga menginduksi fungsi bijektif $f^*: E(G) \rightarrow \mathbb{Z}_q$ yang didefinisikan oleh $f^*(uv) = (f(u) + f(v)) \pmod q$ dimana $\mathbb{Z}_q$ adalah himpunan bilangan bulat modulo q (Graham dan Sloan, 1980). Pada artikel penelitian ini dikaji pelabelan harmonis pada graf tangga segitiga L_n yang digeneralisasi. Diawali mengkaji pelabelan harmonis pada graf tangga segitiga L_n , dan hasilnya dapat dilihat pada prosiding KNM XVII di Institut Sepuluh November Surabaya (Atmadja K, Sugeng.KA, Yuniarko T, 2014). Lalu graf L_n oleh kembali digeneralisasi, dan mendapatkan temuan pelabelan graf harmonis pada graf tangga segitiga variasi X_n , hasilnya telah dimuat pada prosiding Seminar Nasional Matematika tahun 2017 di Universitas Indonesia (Atmadja K, Kiki KA, 2017). Kemudian penulis pun kembali melakukan penelitian dengan kajian pelabelan harmonis pada graf tangga segitiga ganda G_n dan hasilnya telah dimuat pada prosiding KNM XIX tahun 2018 di Universitas Brawijaya Malang (Atmadja K, Kiki KA, 2018). Dari ketiga graf (L_n, X_n, G_n) merupakan graf harmonis. Kini dikaji graf tangga segitiga variasi X_n yang mengalami generalisasi, dengan metode menambahkan satu simpul dan dua busur lalu menempelkannya pada bagian awal graf X_n dan mendapatkan graf tangga segitiga jembatan XJ_n . Dalam artikel ini diberi nama graf tangga segitiga jembatan, karena graf yang diperoleh menyerupai bentuk seperti jembatan. Ditunjukkan bahwa graf tangga segitiga jembatan merupakan graf harmonis.

To cite this article:



Pelabelan Total Tak Ajaib Sisi pada Gabungan Dua Sikel

Dominikus Arif Budi Prasetyo^{a,*}

^a Prodi S1 Pendidikan Matematika Universitas Sanata Dharma, Paingan Maguwoharjo Depok, Sleman DIY 55282, Indonesia

* Alamat Surel: dominic_abp@usd.ac.id

Abstrak

Pelabelan total tak ajaib sisi adalah pemetaan bijektif dari seluruh unsur graf ke himpunan bilangan asli $\{1, 2, \dots, |V| + |E|\}$ dengan titik $|V|$ dan $|E|$ berturut-turut banyaknya titik dan sisi sehingga bobot dari sisi-sisinya berbeda. Pelabelan total tak ajaib sisi (a, d) adalah pelabelan total tak ajaib sisi dimana bobot sisi-sisinya membentuk barisan aritmetika dengan suku awal a dan selisih d . Bobot dari sisi yang dimaksud adalah jumlah label sisi dan label-label titik yang terhubung dengan sisi dievaluasi. Pada makalah ini akan membahas pelabelan total tak ajaib sisi (a, d) pada gabungan dua buah sikel yang tidak terhubung. Graf ini dinyatakan $C_m \cup C_n$ dengan m dan n berturut-turut menyatakan banyaknya titik pada masing-masing sikel. Label-label dari titiknya adalah bilangan dari himpunan $\{(m+n+1), (m+n+2), \dots, (2m+2n)\}$ dan label-label dari sisinya adalah bilangan dari himpunan $\{1, 2, 3, \dots, (m+n)\}$. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui keberlakuan pelabelan total tak-ajaib sisi (a, d) pada graf $C_m \cup C_n$ serta syarat keberlakuan pelabelannya. Penelitian ini merupakan penelitian studi pustaka dengan mengkaji beberapa hasil penelitian sebelumnya. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa pada graf $C_m \cup C_n$ berlaku pelabelan total tak-ajaib sisi (a, d) . Diperoleh syarat keberlakuan pelabelan ini adalah $a \geq 6$ dan $d \leq 5$ untuk $m, n \geq 3$.

Kata kunci:

Gabungan dua graf sikel, Pelabelan Total Tak-ajaib Sisi, dan Pola Pelabelan.

© 2020 Dipublikasikan oleh Jurusan Matematika, Universitas Negeri Semarang

1. Pendahuluan

Gallian (2017) membuat rangkuman penelitian mengenai pelabelan graf. Kajian pelabelan graf dapat dengan mudah dirunut bagian mana saja yang telah dibahas dan bagian lain yang memungkinkan untuk dilakukan penelitian lebih lanjut. Pelabelan graf merupakan pemetaan bijektif dari unsur-unsur graf ke himpunan bilangan asli. Tahun 1970, Kotzig dan Rosa memperkenalkan pelabelan graf sebagai suatu cara memberikan label pada unsur-unsur sebuah graf dengan bilangan bulat positif mulai dari 1 sampai dengan sebanyak unsur graf yang akan diberi label. Pada pelabelan yang dilakukannya tersebut akan menghasilkan bobot setiap titik atau setiap sisinya yang dievaluasi sama. Selanjutnya penamaan pelabelan mengikuti unsur graf mana saja yang akan diberikan label dan berdasarkan unsur graf yang mana pula akan dievaluasi atau dilakukan perhitungan.

Baca *et al* (2003) mendefinisikan pelabelan total tak ajaib (a, d) sebagai pelabelan graf dengan bobot semua titik atau sisinya membentuk barisan aritmetika naik dengan suku awal a dan beda d . Kajian mengenai pelabelan total tak-ajaib sisi kuat (a, d) telah dilakukan oleh Sanjaya dan Prasetyo. Sanjaya (2013) menunjukkan bahwa pelabelan total takajaib sisi kuat (a, d) dapat dilakukan pada graf multisikel. Sedangkan Prasetyo (2019) menunjukkan bahwa pelabelan total takajaib sisi kuat (a, d) dapat dilakukan pada gabungan dua graf sikel. Selain itu, Prasetyo (2018) juga telah menunjukkan bahwa pada gabungan dua graf sikel dapat dilakukan pelabelan total takajaib titik kuat (a, d) .

Berikut ini beberapa contoh pelabelan graf yang telah dikaji oleh Sanjaya dan Prasetyo.

To cite this article:

Operator Adjoint pada Ruang Fungsi Terintegral Dunford

by Susilo Hariyanto

Submission date: 16-Feb-2023 04:21AM (UTC+0700)

Submission ID: 2015105115

File name: C-22.pdf (287.05K)

Word count: 2372

Character count: 12169



Operator Adjoint pada Ruang Fungsi Terintegral Dunford

Solikhin^{a,*}, Susilo Hariyanto^b, YD Sumanto^c, Abdul Aziz^d

^{a,b,c,d}Departemen Matematika FSM Universitas Diponegoro, Jl. Prof. H. Soedarto, SH. Tembalang, Semarang 50275, Indonesia

*Alamat Surel: solikhin@live.undip.ac.id

Abstrak

Artikel ini mengkaji integral Dunford fungsi bernilai Banach X . Jika fungsi $f : [a, b] \rightarrow X$ merupakan fungsi terukur lemah sedemikian sehingga fungsi x^*f terintegral Lebesgue, maka fungsi tersebut dikatakan terintegral Dunford. Nilai integral Dunford atas sebarang $A \subset [a, b]$ himpunan terukur adalah $(D) \int_A f = x_A^{**} \in X^{**}$. Diperlihatkan bahwa koleksi semua fungsi terintegral Dunford, $D[a, b]$ merupakan

ruang linear. Jika untuk setiap $f \in D[a, b]$ didefinisikan operator $T^* : L_1^* \rightarrow X^{**}$ oleh $T^*(g)(x^*) = \int_a^b gT(x^*) = \int_a^b gx^*(f)$, untuk setiap $g \in L_1^* = L_\infty$, maka T^* merupakan operator Adjoint dari operator T . Ditunjukkan

bahwa operator Adjoint T^* merupakan operator linear dan terbatas. Selanjutnya dikaji beberapa sifat yang lain dari operator Adjointnya.

Kata kunci:

Integral Dunford, Operator Adjoint

© 2020 Dipublikasikan oleh Jurusan Matematika, Universitas Negeri Semarang

1. Pendahuluan

Pada banyak penerapan, misalnya dalam persamaan differensial, optimasi dan lain sebagainya tidak menutup kemungkinan permasalahan integral dihadapkan pada fungsi bernilai Banach X . Kajian teori integral untuk fungsi bernilai Banach telah berkembang dan menjadi kajian yang perlu dikembangkan oleh peneliti. Para peneliti telah mengkaji teori integral dari suatu fungsi bernilai Banach atau bernilai vektor yang merupakan pengembangan dari fungsi bernilai real R . Misalnya seperti integral Bochner (Cao, 1992), integral Henstock-Bochner fungsi bernilai Banach, integral Henstock-Kurzweil dan integral McShane pada ruang fungsi bernilai Banach (Guoju, 2007), integral Henstock-Pettis pada ruang fungsi bernilai Banach (Park et al, 2006), dan integral Dunford (Schwabik & Guoju, 2005).

Integral Bochner diperkenalkan oleh Salomon Bochner. Ia memperluas definisi integral Lebesgue (Gordon, 1994) ke dalam fungsi bernilai Banach. Fungsi $f : I \rightarrow X$ terintegral Bochner, jika ada barisan fungsi sederhana $f_n : I \rightarrow X, n \in N$ sehingga $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_I \|f_n - f\|_X = 0$ (Schwabik & Guoju, 2005). Lain

halnya integral Dunford, ia mendefinisikan integralnya dari suatu fungsi terukur lemah. Jika fungsi $f : [a, b] \rightarrow X$ merupakan fungsi terukur lemah sedemikian sehingga fungsi x^*f terintegral Lebesgue untuk setiap $x^* \in X^*$, maka fungsi tersebut dikatakan terintegral Dunford pada $[a, b]$. Nilai integral Dunford atas sebarang $A \subset [a, b]$ himpunan terukur adalah $(D) \int_A f = x_A^{**} \in X^{**}$ (Schwabik & Guoju, 2005).

Kajian untuk integral Dunford telah digeneralisasikan pada integral tipe Riemann, seperti integral Henstock-Dunford dan Henstock-Pettis (Guoju & Tianqing, 2001). Integral Henstock-Dunford

To cite this article:

Solikhin, Haryanto, S., Sumanto, Y.D., & Aziz, A. (201920). Operator Adjoint pada Ruang Fungsi Terintegral Dunford. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika* 3, 34-916

menyatakan bahwa fungsi bernilai riil $x^* f$ terintegral Henstock (Lee, 1989). Tidak hanya sebatas ini, integral Henstock-Dunford juga digeneralisasi dalam ruang Euclide, yaitu integral Henstock-Dunford pada ruang Euclide (Saifullah, 2003).

Kajian teori integral juga dikombinasikan dengan teori operator. Telah dibahas beberapa sifat dari operator Dunford-Pettis positif (Aqzzouz et al., 2009). Selanjutnya, dikaji operator pada ruang fungsi yang terintegral Bochner. Selanjutnya, dikaji operator pada ruang fungsi terintegral Dunford (Solikhin, 2018).

Memperhatikan hasil kajian operator pada ruang fungsi terintegral Dunford, maka perlu dikaji lebih khusus tentang operator adjoint (Darmawijaya, 2007) pada ruang fungsi terintegral Dunford. Bagaimana operator adjointnya dan sifat-sifat dari operator adjointnya.

2. Pembahasan

Integral Dunford didefinisikan berdasarkan fungsi terukur lemah yang eksistensinya dijamin oleh Lemma Dunford. Selanjutnya diperlihatkan bahwa ruang fungsi yang terintegral Dunford merupakan ruang linear. Berdasarkan ruang linear ini dikonstruksi operator, khususnya operator adjoint dan dibahas sifat-sifatnya.

2.1. Fungsi Terukur Lemah

Berikut ini dibahas fungsi terukur dan fungsi terukur lemah bernilai Banach.

Definisi 1 (Schwabik & Guoju, 2005) Fungsi $f : [a, b] \rightarrow X$ merupakan fungsi sederhana, jika ada himpunan terukur $A_i \subset [a, b]$, $i = 1, 2, \dots, n$ sehingga $A_i \cap A_j = \emptyset$, untuk setiap $i \neq j$ dan $[a, b] = \bigcup_{i=1}^n A_i$, dengan $f(x) = y_i \in X$ untuk $x \in A_i$, $i = 1, 2, \dots, n$.

Berdasarkan fungsi sederhana, dapat didefinisikan fungsi terukur sebagai berikut.

Definisi 2 (Schwabik & Guoju, 2005) Fungsi $f : [a, b] \rightarrow X$ disebut fungsi terukur, jika ada barisan fungsi sederhana $f_n : [a, b] \rightarrow X$, $n \in \mathbb{N}$ berlaku

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|f_n(x) - f(x)\|_X = 0,$$

untuk setiap x di $[a, b]$.

Menurut Definisi 2, jadi fungsi sederhana adalah fungsi terukur. Selanjutnya, jika f terukur maka fungsi bernilai riil $\|f\|_X : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ juga merupakan fungsi terukur.

Teorema 3 (Schwabik & Guoju, 2005) Jika f fungsi terukur, maka fungsi riil $\|f\|_X$ fungsi terukur.

Bukti: Karena f fungsi terukur, maka ada barisan fungsi sederhana (f_n) , $n \in \mathbb{N}$ sehingga

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|f_n(x) - f(x)\|_X = 0$$

untuk setiap $x \in [a, b]$. Oleh karena f_n fungsi sederhana untuk setiap $n \in \mathbb{N}$, maka $\|f_n\|_X$ juga merupakan fungsi sederhana untuk setiap $n \in \mathbb{N}$. Akibatnya, f_n fungsi terukur dan berlaku

$$\|f_n(x)\|_X - \|f(x)\|_X \leq \|f_n(x) - f(x)\|_X,$$

untuk setiap x di $[a, b]$. Hal ini berarti bahwa $\lim_{n \rightarrow \infty} \|f_n(x) - f(x)\|_X = 0$, yaitu $\|f\|_X$ terukur. $\square$

Definisi 4 (Schwabik & Guoju, 2005) Fungsi f dikatakan fungsi terukur lemah, jika untuk setiap $x^* \in X^*$ berakibat bahwa fungsi riil $x^* f$ merupakan fungsi terukur.

Setiap fungsi terukur merupakan fungsi terukur lemah.

Teorema 5 (Schwabik & Guoju, 2005) *Jika f fungsi terukur, maka f terukur lemah.*

Bukti: Fungsi f terukur, berarti ada barisan fungsi sederhana (f_n) , $n \in \mathbb{N}$ sehingga

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|f_n(x) - f(x)\|_X = 0,$$

untuk sebarang $x \in [a, b]$.

Diambil sebarang $x^* \in X^*$, maka berlaku

$$|x^*(f_n(x) - f(x))| \leq \|x^*\|_X \|f_n(x) - f(x)\|_X.$$

Karena $\lim_{n \rightarrow \infty} \|f_n(x) - f(x)\|_X = 0$, berakibat $\lim_{n \rightarrow \infty} |x^*(f_n(x) - f(x))| = 0$. Jadi, f terukur lemah. $\square$

Berdasarkan fungsi terukur lemah dikonstruksi lemma yang akan menjamin eksistensi dari integral Dunford.

Lemma 6 Dunford (Schwabik & Guoju, 2005) *Misalkan X ruang Banach dan X^* dual dari ruang Banach X . Jika fungsi $f : [a, b] \rightarrow X$ terukur lemah dan setiap $x^* \in X^*$ fungsi riil x^*f terintegral Lebesgue, yaitu $x^*f \in L_1$, maka untuk setiap $A \subset [a, b]$ himpunan terukur ada dengan tunggal vektor $x_A^{**} \in X^{**}$ sehingga berlaku*

$$x_A^{**}(x^*) = \int_A x^*f,$$

untuk setiap $x^* \in X^*$.

Bukti: (Solikhin, 2018) $\square$

2.2. Integral Dunford

Diberikan definisi dari integral Dunford dan ditunjukkan bahwa koleksi semua fungsi yang terintegral Dunford merupakan ruang linear.

Definisi 7 (Schwabik & Guoju, 2005) *Diketahui X ruang Banach dan X^* dual dari X . Fungsi terukur lemah $f : [a, b] \rightarrow X$ dikatakan terintegral Dunford pada $[a, b]$, jika untuk setiap $x^* \in X^*$ fungsi riil x^*f adalah terintegral Lebesgue dan untuk setiap $A \subset [a, b]$ himpunan terukur ada dengan tunggal vektor $x_A^{**} \in X^{**}$ benar bahwa*

$$x_A^{**}(x^*) = (L) \int_A x^*f,$$

untuk setiap $x^* \in X^*$.

Simbol $D[a, b]$ menotasikan koleksi dari semua fungsi f yang terintegral Dunford pada $[a, b]$. Jadi, $f \in D[a, b]$ berarti bahwa fungsi f terintegral Dunford pada $[a, b]$.

Teorema 8 (Solikhin, 2018) *Jika $f \in D[a, b]$, maka untuk sebarang $A \subset [a, b]$ himpunan terukur $x_A^{**} \in X^{**}$ tunggal.*

Bukti: $\square$

Contoh fungsi yang terintegral Dunford adalah fungsi konstan, fungsi kontinu, fungsi yang terintegral Riemann, fungsi yang terintegral Lebesgue (Solikhin, 2018) dan lain sebagainya.

Teorema 9 Fungsi f adalah terintegral Dunford pada $[a,b]$ jika dan hanya jika untuk sebarang $x^* \in X^*$ berakibat bahwa fungsi bernilai riil $x^* f$ adalah terintegral Lebesgue pada $[a,b]$.

Bukti: Menurut Definisi 7 jika fungsi $f \in D[a,b]$, maka untuk setiap $x^* \in X^*$ berakibat bahwa fungsi bernilai riil $x^* f$ adalah terintegral Lebesgue pada $[a,b]$. Sebaliknya jika fungsi riil $x^* f$ merupakan fungsi terintegral Lebesgue pada $[a,b]$, maka fungsi f terintegral Dunford pada $[a,b]$. $\square$

Selanjutnya diperlihatkan bahwa koleksi dari semua fungsi yang terintegral Dunford, merupakan ruang linear.

Teorema 10 $D[a,b]$ adalah ruang linear.

Bukti: Diambil $f, g \in D[a,b]$ sebarang dan sebarang skalar $c \in R$. Ditunjukkan bahwa $f + g \in D[a,b]$ dan $cf \in D[a,b]$. Karena $f, g \in D[a,b]$, maka untuk setiap $x^* \in X^*$ berturut-turut berakibat bahwa fungsi riil $x^* f$ dan $x^* g$ terintegral Lebesgue pada $[a,b]$. Oleh karena itu, untuk setiap $x^* \in X^*$ tersebut fungsi riil $x^* (f + g)$ juga terintegral Lebesgue pada $[a,b]$. Jadi, $f + g \in D[a,b]$. Lebih lanjut untuk sebarang skalar $c \in R$ dan untuk setiap $x^* \in X^*$ di atas fungsi riil $x^* (cf)$ juga terintegral Lebesgue pada $[a,b]$. Jadi, fungsi $cf \in D[a,b]$. $\square$

2.3. Operator Adjoint pada Ruang Fungsi Terintegral Dunford

Misalkan X ruang Banach dengan dualnya X^* dan dual keduanya adalah X^{**} serta L_1 adalah ruang fungsi terintegral Lebesgue pada $[a,b]$.

Lemma 11 (Kreyszig, 1989 ; Darmawijaya, 2007) Dual dari L_1 adalah L_∞ , yaitu $L_1^* = L_\infty$.

Bukti: Untuk setiap $y = \{y_n\} \in L_\infty$ dibentuk fungsional f_y pada L_1 oleh

$$f_y(x) = \sum_{n=1}^{\infty} x_n y_n.$$

Diperoleh bahwa f_y linear dan kontinu, yaitu untuk sebarang $x = \{x_n\}, z = \{z_n\} \in L_1$ dan sebarang skalar $c \in R$ berlaku

$$f_y(x+z) = \sum_{n=1}^{\infty} (x_n + z_n) y_n = f_y(x) + f_y(z) \text{ dan } f_y(cx) = \sum_{n=1}^{\infty} (cx_n) y_n = cf_y(x).$$

Selanjutnya untuk setiap $x = \{x_n\} \in L_1$ berlaku

$$|f_y(x)| = \left| \sum_{n=1}^{\infty} x_n y_n \right| \leq \|x\|_1 \|y\|_\infty.$$

Jadi setiap $y = \{y_n\} \in L_\infty$ menentukan dengan tunggal fungsional linear kontinu f_y pada L_1 , atau $L_\infty \subset L_1^*$.

Sebaliknya, diambil sebarang fungsional linear kontinu f pada L_1 . Untuk setiap $x = \{x_n\} \in L_1$ dapat direpresentasikan oleh

$$x = \sum_{n=1}^{\infty} x_n e_n,$$

dengan $e_n = \left\{ 0, \dots, 1, 0, \dots, 0 \right\}_{ke n}$.

Karena f linear, maka diperoleh

$$f(x) = f\left(\sum_{n=1}^{\infty} x_n e_n\right) = \sum_{n=1}^{\infty} x_n f(e_n).$$

Hal ini berarti bahwa $f(x)$ merupakan kombinasi linear dari barisan bilangan $\{f(e_n)\}$ atau fungsional linear kontinu f bergantung pada barisan bilangan $\{f(e_n)\}$.

4 Selanjutnya karena f kontinu, maka $|f(x)|$ terbatas, yaitu $|f(x)| < \infty$. Menurut Ketaksamaan Cauchy-Schwartz, diperoleh

$$|f(x)| = \left| f\left(\sum_{n=1}^{\infty} x_n e_n\right) \right| = \left| \sum_{n=1}^{\infty} x_n (f(e_n)) \right| \leq \|x\|_{L_1} \sup_{n \geq 1} |f(e_n)|.$$

Supaya $f(x)$ terbatas, maka haruslah $\sup_{n \geq 1} |f(e_n)| < \infty$. Hal ini berarti bahwa $y = \{f(e_n)\} \in L_{\infty}$.

Jadi, setiap fungsional linear kontinu f pada L_1 menentukan dengan tunggal vektor $y = \{f(e_n)\} \in L_{\infty}$, yaitu $L_1^* \subset L_{\infty}$.

14 Jadi, karena $L_{\infty} \subset L_1^*$ dan $L_1^* \subset L_{\infty}$, maka $L_1^* = L_{\infty}$. $\square$

5 Diketahui X ruang Banach, X^* dual dari X , dan X^{**} dual kedua dari X . Untuk setiap $f \in D[a, b]$ didefinisikan operator $T^* : L_1^* \rightarrow X^{**}$ oleh

$$T^*(g)(x^*) = \int_a^b g T(x^*) = \int_a^b g x^*(f),$$

untuk setiap $g \in L_1^* = L_{\infty}$.

19 Operator T^* disebut operator adjoint (operator pendamping) terhadap operator $T : X^* \rightarrow L_1$ pada L_1 .

Teorema 12 (Schwabik & Guoju, 2005) *Operator adjoint T^* merupakan operator linear terbatas dan*

$$\|T^*\| = \|T\|.$$

Bukti: Operator adjoint T^* linear, yaitu untuk sebarang $g_1, g_2 \in L_1^* = L_{\infty}$ dan sebarang skalar $c_1, c_2 \in R$ berlaku

$$\begin{aligned} T^*(c_1 g_1 + c_2 g_2)(x^*) &= \int_a^b (c_1 g_1 + c_2 g_2) T(x^*) = c_1 \int_a^b (g_1 T(x^*)) + c_2 \int_a^b (g_2 T(x^*)) \\ &= c_1 T^*(g_1)(x^*) + c_2 T^*(g_2)(x^*). \end{aligned}$$

9 Karena $f = T^*(g)$ dan $\|f\| \leq \|g\| \|T\|$ maka $\|T^*(g)\| = \|f\| \leq \|g\| \|T\|$.

Jadi, $\|T^*\| \leq \|T\|$.

Untuk setiap $x_0^* \neq \theta \in X^*$ terdapat $g_0 \in X^{**}$ dengan $\|g_0\| = 1$ dan $g_0(T(x_0^*)) = \|T(x_0^*)\|$.

Jadi, $g_0(T(x_0^*)) = T^*(g_0)(x_0^*)$.

Katakan $f_0 = T^*(g_0)$ dan diperoleh

$$\|Tx_0^*\| = g_0 T(x_0^*) = f_0(x_0^*) \leq \|f_0\| \|x_0^*\| = \|T^* g_0\| \|x_0^*\| \leq \|T^*\| \|g_0\| \|x_0^*\|.$$

Karena $\|g_0\| = 1$, sehingga untuk setiap $x_0^* \neq \theta \in X^*$ berlaku $\|Tx_0^*\| \leq \|T^*\| \|x_0^*\|$.

Jadi,

$$\|T\| \leq \|T^*\|.$$

Karena $\|T\| \leq \|T^*\|$ dan $\|T^*\| \leq \|T\|$, maka $\|T^*\| = \|T\|$. $\square$

Teorema 13 Jika $T_1 : X^* \rightarrow L_1$ dan $T_2 : X^* \rightarrow L_1$ dua operator linear terbatas dan sebarang skalar $c \in R$, maka

$$(i) (T_1 + T_2)^* = T_1^* + T_2^*.$$

$$(ii) (cT_1)^* = cT_1^*.$$

$$(iii) \|T_1 T_1^*\| = \|T_1^* T_1\| = \|T_1\|^2 = \|T_1^*\|^2.$$

$$\text{Bukti: (i) } (T_1 + T_2)^*(g)(x^*) = \int_a^b g(T_1 + T_2)(x^*) = \int_a^b gT_1(x^*) + \int_a^b gT_2(x^*) = T_1^*(g)(x^*) + T_2^*(g)(x^*).$$

$$(ii) (cT_1)^*(g)(x^*) = \int_a^b g(cT_1)(x^*) = c \int_a^b gT_1(x^*) = cT_1^*(g)(x^*).$$

(iii) Karena T_1 dan T_1^* dua operator linear terbatas dan $\|T_1^*\| = \|T_1\|$, maka diperoleh

$$\|T_1 T_1^*\| = \|T_1^* T_1\| = \|T_1\|^2 = \|T_1^*\|^2. \quad \square$$

Jika $f \in D[a, b]$ maka operator adjoint T^* merupakan operator kompak lemah.

3. Simpulan

Himpunan semua fungsi yang terintegral Dunford merupakan ruang linear. Untuk sebarang fungsi f yang terintegral Dunford pada $[a, b]$, maka operator Adjoint $T^* : L_1^* \rightarrow X^{**}$ yang didefinisikan oleh

$$T^*(g)(x^*) = \int_a^b gT(x^*) = \int_a^b gx^*(f), \text{ untuk setiap } g \in L_1^* = L_\infty \text{ merupakan operator linear terbatas.}$$

Selanjutnya jika T_1^* dan T_2^* dua operator Adjoint dan sebarang skalar $c \in R$, maka berlaku $(T_1 + T_2)^* = T_1^* + T_2^*$ dan $(cT_1)^* = cT_1^*$. Lebih lanjut, bahwa operator adjoint T^* merupakan operator kompak lemah.

Daftar Pustaka

- Aqzzouz, B., Elbourb, A., & Hmichane, J. (2009). Some properties of the class of positive Dunford–Pettis operators, *J. Math. Anal. App.*, 354 (-), 295–300.
- Cao, S. C., (1992). The Henstock Integral for Banach-valued Functions. *Southeast Asian Bull. Math.*, 16(1), 35-40.
- Cao, S. C., (1993). On The Henstock-Bochner Integral. *Southeast Asian Bull. Math. Special Issue*, p. 1-3.
- Darmawijaya, S. (2007). *Pengantar Analisis Abstrak*. Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta.

- Gordon, R.A. (1994). *The Integral of lebesgue, Denjoy, Perron, and Henstock*. Mathematical Society, USA.
- Guoju, Ye., & Tianqing, An. (2001). On Henstock-Dunford and Henstock-Pettis Integrals. *IJMMS*, 25(7), 467-478.
- Guoju, Ye. (2007). On Henstock-Kurzweil and McShane integrals of Banach space-valued functions. *J. Math. Anal. Appl.* 330 (-) 753-765.
- Kreyszig, E. (1989). *Introductory Funtional Analysis with Applications*. John Willey & Sons, USA.
- Lee, P. Y. (1989). *Lanzhou Lectures on Henstock Integration*. World Scientific, Singapore.
- Park, at al. (2006). The Henstock-Pettis integral of Banach Space-valued functions. *Journal of the Chungcheong mathematical society*, 19(3), 231-236.
- Saifullah. (2003). *Integral Henstock-Dunford pada Ruang Euclide R^n* . Tesis, Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta.
- Schwabik, S., & Guoju, Ye. (2005). *Topics in Banach Space Integration*. World Scientific, Singapore.
- Solikhin, dkk. (2018). Operator pada Ruang Fungsi Terintegral Dunford. *Journal of Fundamental Mathematics and Application (JFMA)*, 2(1), 110-121.

Operator Adjoint pada Ruang Fungsi Terintegral Dunford

ORIGINALITY REPORT

15%

SIMILARITY INDEX

13%

INTERNET SOURCES

9%

PUBLICATIONS

2%

STUDENT PAPERS

PRIMARY SOURCES

1

fourier.or.id

Internet Source

2%

2

garuda.ristekbrin.go.id

Internet Source

2%

3

edoc.pub

Internet Source

2%

4

pt.scribd.com

Internet Source

1%

5

journal.umpo.ac.id

Internet Source

1%

6

Yopi A. Lesnussa, Henry J. Wattimanela, Mozart W. Talakua. "SIFAT-SIFAT DASAR PERLUASAN INTEGRAL LEBESGUE", BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan, 2012

Publication

1%

7

Mozart W. Talakua, Stenly J. Nanuru. "TEOREMA REPRESENTASI RIESZ-FRECHET PADA RUANG HILBERT", BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan, 2011

1%

8	classicalrealanalysis.info Internet Source	1 %
9	Submitted to BENEMERITA UNIVERSIDAD AUTONOMA DE PUEBLA BIBLIOTECA Student Paper	1 %
10	jurnalbeta.ac.id Internet Source	<1 %
11	repository.uinsu.ac.id Internet Source	<1 %
12	www.scribd.com Internet Source	<1 %
13	"Spaces of sequences", Infinite Dimensional Analysis, 2006 Publication	<1 %
14	dokumen.pub Internet Source	<1 %
15	eprints.ukh.ac.id Internet Source	<1 %
16	livrosdeamor.com.br Internet Source	<1 %
17	math.hosted.pl Internet Source	<1 %
18	etheses.uin-malang.ac.id Internet Source	<1 %

- 19 text-id.123dok.com <1 %
Internet Source
-
- 20 Septian Pirade, Tohap Manurung, Jullia Titaley. "Integral Riemann-Stieltjes Pada Fungsi Bernilai Real", d'CARTESIAN, 2017 <1 %
Publication
-
- 21 ojs3.unpatti.ac.id <1 %
Internet Source
-
- 22 Lexy J. Sinay. "SIFAT-SIFAT DASAR INTEGRAL HENSTOCK", BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan, 2012 <1 %
Publication
-
- 23 zombiedoc.com <1 %
Internet Source
-

Exclude quotes On
Exclude bibliography On

Exclude matches Off



KEMENTERIAN RISET TEKNOLOGI DAN PENDIDIKAN TINGGI
UNIVERSITAS NEGERI SEMARANG
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
JURUSAN MATEMATIKA
PANITIA SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA XIII TAHUN 2019



Sertifikat

Nomor: 210/Semnasmat/X/2019

Diberikan kepada:

Solikhin

sebagai

PEMAKALAH

"OPERATOR ADJOINT PADA RUANG FUNGSI TERINTEGRAL DUNFORD"

dalam Seminar Nasional Matematika XIII tahun 2019 dengan tema
**"Pengembangan Kemampuan Berpikir Matematis Tingkat Tinggi
dalam Era Revolusi Industri 4.0"**

yang diselenggarakan oleh Jurusan Matematika FMIPA UNNES pada tanggal 19 Oktober 2019



Dekan FMIPA UNNES

Dr. Sugianto, M.Si.
NIP. 196102191993031001

Ketua Panitia
Seminar Nasional Matematika XIII

Dr. Iqbal Khariudin, S.Pd., M.Sc.
NIP. 197908052005011003