Metode Fuzzy ASM pada Masalah Transportasi Fuzzy Seimbang

by Solikhin Solikhin

Metode Fuzzy ASM pada Masalah Transportasi Fuzzy Seimbang

Solikhin
Departemen Matematika Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro
Soli_erf@yahoo.com

***Abstrak*—**Masalah transportasi fuzzy merupakan generalisasi dari masalah transportasi crips atau tegas dengan parameter persediaan, permintaan, koefisien biaya, atau variabel keputusan berupa fuzzy. Masalah ini muncul karena terjadi ketidakpastian dalam prakteknya di lapangan. Salah satu metode langsung yang digunakan untuk menyelesaikan masalah transportasi crips adalah metode ASM. Metode ini menitikberatkan pada sel yang memiliki biaya tereduksi 0 dengan indeks terkecil dan berhasil digunakan untuk meminimumkan biaya transportasi. Paper ini mengkaji metode Fuzzy ASM untuk menyelesaikan masalah transportasi fuzzy pada kasus meminimumkan biaya atau memaksimumkan keuntungan dengan mean parameter ranking sebagai penegasan bilangan triangular fuzzy. Kemudian ditunjukkan keoptimalan dari metode Fuzzy ASM dan diberikan contoh simulasi. Diperoleh hasil bahwa metode Fuzzy ASM memberikan solusi optimal pada masalah transportasi fuzzy seimbang.

Kata kunci: Masalah Transportasi Fuzzy, Metode Fuzzy ASM, Mean Parameter Ranking

I. PENDAHULUAN

Masalah transportasi merupakan masalah khusus dari program linier. Model transportasi telah banyak diaplikasikan dalam manajemen logistik atau rantai persediaan dengan tujuan untuk meminimumkan total biaya pengiriman sedemikian sehingga kebutuhan akan permintaan barang tetap terpenuhi berdasarkan persediaan yang ada [1,2].

Praktik di lapangan terjadi ketidakpastian pada masalah transportasi. Misalkan koefisien biaya transportasi, jumlah permintaan dan jumlah persediaan tidak pasti karena suatu hal. Untuk menangani ketidaktepatan informasi dalam membuat keputusan Bellman dan Zadeh [3] dan Zadeh [4] memperkenalkan konsep ketidakjelasan atau ketidakpastiaan [5]. Konsep ini yang dikenal dengan istilah fuzzy.

Masalah transportasi fuzzy adalah masalah transportasi yang mana koefisien biaya transportasi, persediaan, permintaan, ataupun variabel keputusan berupa bilangan fuzzy [5]. Masalah transportasi fuzzy dapat dibedakan ke dalam dua kategori, yaitu masalah transportasi fuzzy penuh dan masalah transportasi fuzzy tidak penuh. Masalah transportasi penuh adalah masalah transportasi fuzzy dengan semua parameter baik biaya transportasi, persediaan, permintaan maupun variabel keputusan berupa bilangan fuzzy, sedangkan masalah transportasi fuzzy tidak penuh jika ada salah satu atau lebih dari parameter yang berupa bilangan crips. Ada beberapa metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah transportasi fuzzy baik pada penentuan solusi fisibel awal, yaitu metode MOMC (maximum supply with minimum cost) fuzzy [6] maupun langsung solusi akhir, yaitu diantaranya metode fuzzy zero point [5], metode fuzzy zero suffix [7], metode MODI versi fuzzy [8], metode fuzzy dual matrix approach [9], dan metode lainnya.

Pada tulisan ini, dikaji metode fuzzy ASM yang akan digeneralisasi dari metode ASM [10], untuk menyelesaikan masalah transportasi fuzzy dengan parameter biaya, persediaan, dan permintaan berupa bilangan triangular fuzzy. Penegasan bilangan triangular fuzzy menggunakan mean parameter ranking [11]. Selanjutnya diselidiki keoptimalan dari metode fuzzy ASM dan diberikan contoh simulasi numerik pada masalah transportasi fuzzy seimbang.

ISBN. 978-602-73403-2-9 (Cetak) 978-602-73403-3-6 (On-line)

II. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bagian ini disajikan definisi bilangan fuzzy khusunya bilangan *triangular fuzzy* dan perangkingannya dengan *mean parameter ranking*. Kemudian dibahas masalah transportasi fuzzy beserta metodenya, yaitu metode fuzzy ASM. Ditunjukkan keoptimalah solusi yang dihasilkan dan disimulasikan dalam contoh numerik.

A. *Bilangan Fuzzy*

Berikut ini dibahas bilangan triangular fuzzy dengan penegasan menggunakan mean parameter ranking.

Definisi 1. [8] Bilangan *fuzzy* $\tilde{A}=(a,b,c),\ a,b,c\in R$ dikatakan bilangan *triangular fuzzy* jika memenuhi fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{A}}(x)=\begin{cases}\dfrac{x-a}{b-a}, & \text{jika } a\le x\le b\\[2mm] \dfrac{c-x}{c-b}, & \text{jika } b\le x\le c\\[2mm] 0, & \text{lainnya}\end{cases}.$$

Operasi penjumlahan, pengurangan, dan perkalian skalar pada bilangan *triangular fuzzy*.

Definisi 2. [5] Diberikan sebarang dua bilangan *triangular fuzzy* $\tilde{A}=(a_1,b_1,c_1)$ dan $\tilde{B}=(a_2,b_2,c_2)$ dan sebarang skalar $k\in R$. Didefinisikan operasi penjumlahan dan pengurangan dua bilangan *triangular fuzzy* dan perkalian skalar berturut-turut, yaitu

i) $\tilde{A}\tilde{+}\tilde{B}=(a_1+a_2,b_1+b_2,c_1+c_2)$, iii) $k\tilde{A}=(ka_1,kb_1,kc_1),\ k\ge 0$

ii) $\tilde{A}\tilde{-}\tilde{B}=(a_1-c_2,b_1-b_2,c_1-a_2)$, iv) $k\tilde{A}=(kc_1,kb_1,ka_1),\ k<0$.

Untuk penegasan dari bilangan *triangular fuzzy* digunakan mean parameter.

Definisi 3. [11] Misalkan $F(R)$ adalah koleksi semua bilangan *triangular fuzzy*. Untuk sebarang bilangan *triangular fuzzy* $\tilde{A}=(a,b,c)\in F(R)$, didefinisikan fungsi rangking $\mathcal{R}:F(R)\to R$ oleh

$$\mathcal{R}(\tilde{A})=\frac{\int_a^b x\mu_{\tilde{A}}(x)\,dx+\int_b^c x\mu_{\tilde{A}}(x)\,dx}{\int_a^b \mu_{\tilde{A}}(x)\,dx+\int_b^c \mu_{\tilde{A}}(x)\,dx}.$$

Berdasarkan Definisi 3., untuk menegaskan bilangan triangular fuzzy dapat menggunakan teorema berikut.

Teorema 4. Untuk sebarang bilangan *triangular fuzzy* $\tilde{A}=(a,b,c)\in F(R)$ berlaku

$$\mathcal{R}(\tilde{A})=\frac{a+b+c}{3}.$$

Bukti: Diambil sebarang bilangan *triangular fuzzy* $\tilde{A}=(a,b,c)\in F(R)$ dengan fungsi keanggotaan seperti pada Definisi 1.
Oleh karena itu, untuk setiap bilangan *triangular fuzzy* $\tilde{A}=(a,b,c)\in F(R)$ berlaku

$$\mathcal{R}(\tilde{A})=\frac{\int_a^b x\mu_{\tilde{A}}(x)\,dx+\int_b^c x\mu_{\tilde{A}}(x)\,dx}{\int_a^b \mu_{\tilde{A}}(x)\,dx+\int_b^c \mu_{\tilde{A}}(x)\,dx}=\frac{\int_a^b x\left(\frac{x-a}{b-a}\right)dx+\int_b^c x\left(\frac{c-x}{c-b}\right)dx}{\int_a^b \left(\frac{x-a}{b-a}\right)dx+\int_b^c \left(\frac{c-x}{c-b}\right)dx}=\frac{a+b+c}{3}.$$

Jadi, $\mathcal{R}(\tilde{A})=\dfrac{a+b+c}{3}$. ■

Menurut Definisi 3 dan Teorema 4, maka dapat diturunkan sifat linier dari mean parameter ranking $\mathcal{R}$.

Teorema 5. Diberikan sebarang dua bilangan *triangular fuzzy* $\tilde{A}=(a_1,b_1,c_1)$ dan $\tilde{B}=(a_2,b_2,c_2)$, $\tilde{A},\tilde{B}\in F(R)$ dan sebarang skalar $k\in R$ maka berlaku

i) $\mathcal{R}(\tilde{A}\tilde{+}\tilde{B})=\mathcal{R}(\tilde{A})+\mathcal{R}(\tilde{B})$,

ii) $\mathcal{R}(\tilde{A}\tilde{-}\tilde{B})=\mathcal{R}(\tilde{A})-\mathcal{R}(\tilde{B})$, dan

iii) $\mathcal{R}(k\tilde{A})=k\mathcal{R}(\tilde{A})$.

Bukti: Diambil sebarang dua bilangan *triangular fuzzy* $\tilde{A}=(a_1,b_1,c_1)$ dan $\tilde{B}=(a_2,b_2,c_2)$, $\tilde{A},\tilde{B}\in F(R)$ dan sebarang skalar $k\in R$.

i) $\mathcal{R}(\tilde{A}\tilde{+}\tilde{B})=\mathcal{R}(a_1+a_2,b_1+b_2,c_1+c_2)=\frac{(a_1+b_1+c_1)}{3}+\frac{(a_2+b_2+c_2)}{3}=\mathcal{R}(\tilde{A})+\mathcal{R}(\tilde{B})$.

ii) $\mathcal{R}(\tilde{A}\tilde{-}\tilde{B})=\mathcal{R}(a_1-c_2,b_1-b_2,c_1-a_2)=\frac{(a_1+b_1+c_1)}{3}-\frac{(a_2+b_2+c_2)}{3}=\mathcal{R}(\tilde{A})-\mathcal{R}(\tilde{B})$.

iii) $\mathcal{R}(k\tilde{A})=\mathcal{R}(ka_1,kb_1,kc_1)=k\frac{(a_1+b_1+c_1)}{3}=k\mathcal{R}(\tilde{A})$, untuk $k\geq 0$.

$\mathcal{R}(k\tilde{A})=\mathcal{R}(kc_1,kb_1,ka_1)=k\frac{(a_1+b_1+c_1)}{3}=k\mathcal{R}(\tilde{A})$, untuk $k<0$. ■

Definisi 6. [12] Diberikan sebarang dua bilangan *triangular fuzzy* $\tilde{A}=(a_1,b_1,c_1)$ dan $\tilde{B}=(a_2,b_2,c_2)$, $\tilde{A},\tilde{B}\in F(R)$. Didifinisikan

i) Bilangan *triangular fuzzy* $\tilde{A}$ dikatakan positif ($\tilde{A}\tilde{>}\tilde{0}$) jika $\mathcal{R}(\tilde{A})>0$.

ii) $\tilde{A}\approx\tilde{0}$ jika $\mathcal{R}(\tilde{A})=0$.

iii) $\tilde{A}\cong\tilde{B}$ jika dan hanya jika $a_1=a_2, b_1=b_2$, dan $c_1=c_2$.

iv) $\tilde{A}\approx\tilde{B}$ (ekuivalen) jika dan hanya jika $\mathcal{R}(\tilde{A})=\mathcal{R}(\tilde{B})$.

v) $\tilde{A}\tilde{-}\tilde{B}\approx\tilde{0}$ jika dan hanya jika $\mathcal{R}(\tilde{A})-\mathcal{R}(\tilde{B})=0$.

vi) $\tilde{A}\gtrsim\tilde{B}$ jika dan hanya jika $\mathcal{R}(\tilde{A})\geq\mathcal{R}(\tilde{B})$.

B. Masalah Transportasi Fuzzy

Pandang masalah transportasi fuzzy dengan biaya transportasi, jumlah persediaan, dan jumlah permintaan masing-masing berupa parameter fuzzy [5], yaitu

(TPF) Minimumkan $\tilde{z}=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\tilde{c}_{ij}\otimes\tilde{x}_{ij}$

dengan kendala

$$\sum_{j=1}^{n}\tilde{x}_{ij}\approx\tilde{a}_i\ ,\ i=1,2,...,m\ ;\ \sum_{i=1}^{m}\tilde{x}_{ij}\approx\tilde{b}_j,\ j=1,2,...,n\ ;\ \tilde{x}_{ij}\gtrsim\tilde{0},\ i=1,2,...,m\ ,\ j=1,2,...,n\ .$$

Masalah transportasi fuzzy dikatakan seimbang (*balanced*) apabila jumlah persediaan sama dengan jumlah permintaan, yaitu $\sum_{i=1}^{m}\tilde{a}_i\approx\sum_{j=1}^{n}\tilde{b}_j$ dan jika tidak maka dikatakan tidak seimbang.

Definisi 7. [8] Himpunan $\{\tilde{x}_{ij}\gtrsim\tilde{0}\,|\,i=1,2,...,m;\ j=1,2,...,n\}$ yang memenuhi batasan (kendala) pada masalah transportasi fuzzy disebut solusi fisibel.

Definisi 8. [8] Solusi fisibel dikatakan solusi optimal jika meminimumkan total biaya transportasi fuzzy.

Untuk menjamin masalah transportasi *fuzzy* mempunyai solusi fisibel maka transportasinya harus seimbang, seperti diberikan teorema berikut ini.

Teorema 9. [8] Masalah transportasi fuzzy mempunyai solusi fisibel jika dan hanya jika merupakan masalah transportasi fuzzy seimbang, yaitu $\sum_{i=1}^{m} \tilde{a}_i \approx \sum_{j=1}^{n} \tilde{b}_j$.

Bukti: $(\Rightarrow)$ Diketahui masalah transportasi fuzzy memiliki solusi fisibel, katakan $\tilde{x} = \left\{ \tilde{x}_{ij} \gtrsim \tilde{0} \,\middle|\, \sum_{j=1}^{n} \tilde{x}_{ij} \approx \tilde{a}_i, i = 1,2,\ldots,m; \sum_{i=1}^{m} \tilde{x}_{ij} \approx \tilde{b}_j,\ j = 1,2,\ldots,n \right\}$, maka memenuhi batasan

$$\sum_{j=1}^{n} \tilde{x}_{ij} \approx \tilde{a}_i\ ,\ i = 1,2,\ldots,m\ ;\ \sum_{i=1}^{m} \tilde{x}_{ij} \approx \tilde{b}_j,\ j = 1,2,\ldots,n\ ;\ \tilde{x}_{ij} \gtrsim \tilde{0}\ ,\ i = 1,2,\ldots,m\ ,\ \ j = 1,2,\ldots,n .$$

Sehingga diperoleh,

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} \tilde{x}_{ij} \approx \sum_{i=1}^{m} \tilde{a}_i \ \text{ dan } \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} \tilde{x}_{ij} \approx \sum_{j=1}^{n} \tilde{b}_j\ .$$

Jadi, $\sum_{i=1}^{m} \tilde{a}_i \approx \sum_{j=1}^{n} \tilde{b}_j$, merupakan masalah transportasi fuzzy seimbang.

$(\Leftarrow)$ Diketahui $\sum_{i=1}^{m} \tilde{a}_i \approx \sum_{j=1}^{n} \tilde{b}_j$ dimana harus mendistribusikan setiap *i* sumber sebanding atau sama besar dengan permintaan dari semua tujuan. Misalkan $\tilde{x}_{ij} = \lambda_i \tilde{b}_j$, dimana λ_i adalah faktor proporsional untuk sumber *i* dan *supply* harus didistribusikan semuanya,

Karena $\tilde{x}_{ij} = \lambda_i \tilde{b}_j$ maka $\sum_{i=1}^{m} \tilde{x}_{ij} \approx \lambda_i \sum_{j=1}^{n} \tilde{b}_j$, lebih lanjut $\tilde{x}_{ij} \approx \lambda_i \tilde{b}_j \approx \dfrac{\tilde{a}_i}{\sum_{j=1}^{n} \tilde{b}_j} \tilde{b}_j$ dan diperoleh

$$\sum_{j=1}^{n} \tilde{x}_{ij} \approx \sum_{j=1}^{n} \left(\frac{\tilde{a}_i}{\sum_{j=1}^{n} \tilde{b}_j} \tilde{b}_j \right) \approx \tilde{a}_i, i = 1,2,\ldots,m \ \text{ dan } \sum_{i=1}^{m} \tilde{x}_{ij} \approx \sum_{i=1}^{m} \left(\frac{\tilde{a}_i}{\sum_{j=1}^{n} \tilde{b}_j} \tilde{b}_j \right) \approx \tilde{b}_j,\ j = 1,2,\ldots,n .$$

Jadi masalah transportasi fuzzy seimbang memiliki solusi fisibel. ■

Diberikan masalah transportasi fuzzy yang sudah tereduksi pada biaya transportasinya, yaitu [5]

(TPF1) Min $\tilde{z}^* = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} \left(\tilde{c}_{ij} \simeq \tilde{u}_i \simeq \tilde{v}_j \right) \otimes \tilde{x}_{ij}$

dengan kendala

$$\sum_{j=1}^{n} \tilde{x}_{ij} \approx \tilde{a}_i\ ,\ i = 1,2,\ldots,m\ ;\ \sum_{i=1}^{m} \tilde{x}_{ij} \approx \tilde{b}_j,\ j = 1,2,\ldots,n\ ;\ \tilde{x}_{ij} \gtrsim \tilde{0}\ ,\ i = 1,2,\ldots,m\ ,\ \ j = 1,2,\ldots,n$$

dengan $\tilde{u}_i$ dan $\tilde{v}_j$ masing-masing bilangan triangular fuzzy.

Untuk menjamin setiap masalah transportasi fuzzy memiliki solusi optimal, diberikan teorema ini.

Teorema 10. [5] Sebarang solusi optimal masalah transportasi fuzzy (TPF1) merupakan solusi optimal dari masalah transportasi (TPF).

Bukti: Diambil sebarang $\tilde{x}^* = \left\{ \tilde{x}_{ij}^* \,\middle|\, i = 1,2,\ldots,m;\ j = 1,2,\ldots,n \right\}$ solusi optimal dari (TPF1) maka,

$$\tilde{z}^* \approx \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} \left(\tilde{c}_{ij} \simeq \tilde{u}_i - \tilde{v}_j \right) \otimes \tilde{x}_{ij}^* \approx \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_{ij} \otimes \tilde{x}_{ij}^* \simeq \sum_{i=1}^{m} \tilde{u}_i \sum_{j=1}^{n} \tilde{x}_{ij}^* \simeq \sum_{j=1}^{n} \tilde{v}_j \sum_{i=1}^{m} \tilde{x}_{ij}^* \approx \tilde{z} - \sum_{i=1}^{m} \tilde{u}_i \otimes \tilde{a}_i - \sum_{j=1}^{n} \tilde{v}_j \otimes \tilde{b}_j\ .$$

Karena $\sum_{i=1}^{m} \tilde{u}_i \otimes \tilde{a}_i$ dan $\sum_{j=1}^{n} \tilde{v}_j \otimes \tilde{b}_j$ tidak bergantung pada $\tilde{x}^*$, maka $\tilde{x}^*$ juga solusi optimal untuk masalah transportasi (TPF). ■

Teorema 11. [5] Jika $\left\{\tilde{x}_{ij}^{0} \,\middle|\, i=1,2,\ldots,m;\ j=1,2,\ldots,n\right\}$ solusi fisibel dari masalah transportasi fuzzy (TPF) dan $\left(\tilde{c}_{ij} \simeq \tilde{u}_i \simeq \tilde{v}_j\right) \gtrsim \tilde{0}$, untuk semua i dan j, $\tilde{u}_i$ dan $\tilde{v}_j$ dua bilangan triangular fuzzy sedemikian sehingga minimum dari masalah transportasi fuzzy (TPF1) bernilai $\tilde{0}$, maka $\left\{\tilde{x}_{ij}^{0} \,\middle|\, i=1,2,\ldots,m;\ j=1,2,\ldots,n\right\}$ adalah solusi optimal dari masalah transportasi fuzzy (TPF).

Bukti: Diambil sebarang $\left\{\tilde{x}_{ij}^{0} \,\middle|\, i=1,2,\ldots,m;\ j=1,2,\ldots,n\right\}$ solusi fisibel dari (TPF), maka

$$\sum_{j=1}^{n}\tilde{x}_{ij}^{0} \approx \tilde{a}_i,\ i=1,2,\ldots,m \ \text{ dan } \ \sum_{i=1}^{m}\tilde{x}_{ij}^{0} \approx \tilde{b}_j,\ j=1,2,\ldots,n\,.$$

Karena $\left(\tilde{c}_{ij} \simeq \tilde{u}_i \simeq \tilde{v}_j\right) \gtrsim \tilde{0}$, $\forall i,j$ dan $\min \tilde{z}^{*} \approx \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left(\tilde{c}_{ij} \simeq \tilde{u}_i \simeq \tilde{v}_j\right) \otimes \tilde{x}_{ij} \approx \tilde{0}$, maka

$$\min \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left(\tilde{c}_{ij} \simeq \tilde{u}_i \simeq \tilde{v}_j\right) \otimes \tilde{x}_{ij} \approx \tilde{0} \Leftrightarrow \min \tilde{z} \approx \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\tilde{c}_{ij} \otimes \tilde{x}_{ij} \approx \sum_{i=1}^{m}\tilde{a}_i \otimes \tilde{u}_i \mathbin{\tilde{+}} \sum_{j=1}^{n}\tilde{b}_j \otimes \tilde{v}_j$$

dan memenuhi

$$\sum_{j=1}^{n}\tilde{x}_{ij} \approx \tilde{a}_i\ ,\ i=1,2,\ldots,m\,;\ \sum_{i=1}^{m}\tilde{x}_{ij} \approx \tilde{b}_j,\ j=1,2,\ldots,n\,;\ \tilde{x}_{ij} \gtrsim \tilde{0},\ i=1,2,\ldots,m\,,\ \ j=1,2,\ldots,n\,.$$

Karena $\tilde{z} \approx \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\tilde{c}_{ij} \otimes \tilde{x}_{ij}^{0} \approx \sum_{i=1}^{m}\tilde{a}_i \otimes \tilde{u}_i \mathbin{\tilde{+}} \sum_{j=1}^{n}\tilde{b}_j \otimes \tilde{v}_j$ dan memenuhi

$$\sum_{j=1}^{n}\tilde{x}_{ij}^{0} \approx \tilde{a}_i,\ i=1,2,\ldots,m\,;\ \sum_{i=1}^{m}\tilde{x}_{ij}^{0} \approx \tilde{b}_j,\ j=1,2,\ldots,n\,;\ \tilde{x}_{ij} \gtrsim \tilde{0},\ i=1,2,\ldots,m;\ \ j=1,2,\ldots,n\,,$$

maka ini berarti $\left\{\tilde{x}_{ij}^{0} \,\middle|\, i=1,2,\ldots,m;\ j=1,2,\ldots,n\right\}$ solusi optimal dari (TPF1). Berdasarkan Teorema 10 maka $\left\{x_{ij}^{0} \,\middle|\, i=1,2,\ldots,m;\ j=1,2,\ldots,n\right\}$ solusi optimal dari (TPF). ■

C. Metode Fuzzy ASM

Metode Fuzzy ASM merupakan metode langsung untuk menyelesaikan masalah transportasi fuzzy. Metode ini menitikberatkan pada sel hasil reduksi baris dan kolom yang memiliki biaya $\tilde{0}$ dengan indeks terkecil. Berikut ini akan diuraikan algoritma dari metode Fuzzy ASM pada masalah transportasi fuzzy seimbang.

Untuk masalah transportasi fuzzy kasus maksimum diubah menjadi kasus minimum dengan lemma berikut.

Lemma 12. Diberikan $\tilde{z} \approx \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\tilde{c}_{ij} \otimes \tilde{x}_{ij}$, $\tilde{c}_{ij} \gtrsim \tilde{0}$, $\tilde{x}_{ij} \gtrsim \tilde{0}$, $\forall i,j$, maka $-\text{maks}\ \tilde{z} \approx \min\left(-\tilde{z}\right)$.

Bukti: Misalkan $-\text{maks}\ \tilde{z} \approx \tilde{a}$.

$$-\text{maks}\ \tilde{z} \approx \tilde{a} \ \Leftrightarrow\ \text{maks}\ \tilde{z} \approx -\tilde{a} \ \Leftrightarrow\ -\tilde{a} \gtrsim \tilde{x},\ \forall\ \tilde{x} \in \tilde{z} \ \Leftrightarrow\ \tilde{a} \lesssim -\tilde{x},\ \forall\ \tilde{x} \in \tilde{z}$$
$$\Leftrightarrow\ \tilde{a} \lesssim -\tilde{x},\ \forall -\tilde{x} \in -\tilde{z} \ \Leftrightarrow\ \tilde{a} \lesssim \tilde{y},\ \forall \tilde{y} \in -\tilde{z} \ \Leftrightarrow\ \tilde{a} \approx \min\left(-\tilde{z}\right).$$

Jadi, $-\text{maks}\ \tilde{z} = \min\left(-\tilde{z}\right)$. ■

Algoritma pada metode Fuzzy ASM mengacu pada [10], berdasarkan Lemma 12 perbedaan algoritma untuk kasus minimum dan kasus maksimum hanya pada langkah pertama, yaitu untuk kasus memaksimum biaya $\tilde{c}_{ij}$ diubah menjadi $-\tilde{c}_{ij}$.

Berikut ini algoritma dari metode Fuzzy ASM.

1. Membentuk Tabel Transportasi
   Untuk masalah transportasi kasus minimum biaya $\tilde{c}_{ij}$ tetap.
   Untuk masalah transportasi kasus maksimum biaya $\tilde{c}_{ij}$ diubah menjadi $-\tilde{c}_{ij}$.
2. Reduksi Baris

ISBN. 978-602-73403-2-9 (Cetak) 978-602-73403-3-6 (On-line)

Mengurangi setiap entri baris dengan biaya terkecil dari entri masing-masing baris, yaitu $\tilde{c}_{ij} \ominus \tilde{u}_i$.

3. Reduksi Kolom
   Mengurangi setiap entri kolom dengan biaya terkecil dari entri masing-masing kolom, yaitu $\tilde{c}_{ij} \ominus \tilde{u}_i \ominus \tilde{v}_j$.
4. Penetapan indeks
   Menetapkan indeks e untuk setiap sel-ij yang bernilai $\tilde{0}$, yang mana indeks e adalah banyaknya bilangan tringular fuzzy $\tilde{0}$ pada baris ke-i dan kolom ke-j dan tidak termasuk $\tilde{0}$ yang terpilih pada sel-ij.
5. Pengalokasian
   Memilih $\tilde{0}$ dengan indeks e terkecil dan mengalokasikan sel dengan jumlah terbesar yang mungkin dengan melihat persediaan dan permintaan sel yang yang bersangkutan.
   Jika terdapat indeks e terkecil yang sama (lebih dari satu), maka menghitung masing-masing jumlah $\tilde{c}_{ij}^{'} \approx \tilde{c}_{ij} \ominus \tilde{u}_i \ominus \tilde{v}_j$ pada baris ke-i dan kolom ke-j dari sel-ij yang bersangkutan (sel yang memiliki indek e terkecil yang sama) dan mengalokasikan sebesar mungkin pada sel dengan hasil penjumlahan terbesar.
   Jika masih terjadi kesamaan, maka memilih sel-ij (sel yang memiliki indek e terkecil yang sama) yang memiliki rata-rata persediaan dan permintaan terkecil.
6. Perbaikan Tabel Transportasi
   Membuat tabel transportasi baru untuk perhitungan selanjutnya dengan mengabaikan baris atau kolom yang permintaan atau persediaannya telah terpenuhi.
   Mengecek apakah tabel transportasi baru memiliki paling sedikit satu $\tilde{0}$ pada setiap baris dan kolom. Jika tidak, kembali ke langkah 2 dan 3.
7. Mengulangi langkah ke-4 sampai langkah ke-6 sedemikian sehingga semua permintaan terpenuhi dan semua persediaan habis.

Solusi yang diperoleh dengan metode Fuzzy ASM pada masalah transportasi fuzzy seimbang merupakan solusi optimal, seperti diperlihatkan dalam teorema di bawah ini.

Teorema 13. Solusi yang diperoleh dengan metode Fuzzy ASM untuk sebarang masalah transportasi fuzzy seimbang (TPF) merupakan solusi optimal.
Bukti: Diberikan sebarang masalah transportasi seimbang (TPF) (kasus meminimumkan, untuk kasus maksimum analog).
Misalkan $\tilde{u}_i$ nilai terkecil dari baris ke-i dan $\tilde{v}_j$ nilai terkecil dari kolom ke-j. Reduksi baris-kolom diperoleh $\tilde{c}_{ij} \ominus \tilde{u}_i \ominus \tilde{v}_j \gtrapprox \tilde{0}$, untuk semua i dan j.
Menetapkan indeks pada setiap sel bernilai $\tilde{0}$ dan mengalokasikan sebesar mungkin pada indeks terkecil. Diperoleh solusi $\left\{ \tilde{x}_{ij} \mid i = 1, 2, \ldots, m;\ j = 1, 2, \ldots, n \right\}$ untuk masalah transportasi fuzzy yang matriks biayanya, dengan $\tilde{x}_{ij} \gtrapprox \tilde{0}$ untuk $\tilde{c}_{ij} \ominus \tilde{u}_i \ominus \tilde{v}_j \approx \tilde{0}$ dan $\tilde{x}_{ij} \approx \tilde{0}$ untuk $\tilde{c}_{ij} \ominus \tilde{u}_i \ominus \tilde{v}_j \gtrapprox \tilde{0}$.
Oleh karena $\min \tilde{z}^* \approx \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \left(\tilde{c}_{ij} \ominus \tilde{u}_i \ominus \tilde{v}_j \right) \otimes \tilde{x}_{ij} \approx \tilde{0}$ dan memenuhi kendala (TPF1), maka menurut Teorema 11, $\left\{ \tilde{x}_{ij} \mid i = 1, 2, \ldots, m;\ j = 1, 2, \ldots, n \right\}$ merupakan solusi optimal dari masalah transportasi fuzzy (TPF).■

D. *Simulasi Numerik*

Diberikan contoh masalah transportasi fuzzy seimbang yang diselesaikan dengan metode Fuzzy ASM. Pada contoh ini hanya dibahas masalah transportasi fuzzy seimbang untuk kasus meminimumkan biaya transportasi, sedangkan untuk kasus memaksimumkan analog langkah-langkahnya. Perbedaan langkah-langkah untuk kasus minimum dan maksimum hanya pada langkah pertama, yaitu mengalikan negatif satu pada biaya untuk kasus memaksimumkan.

Contoh [12] Diberikan masalah transportasi *fuzzy* dengan bilangan *triangular fuzzy*

	D_1	D_2	Supply
S_1	$(15,19,29)$	$(22,31,34)$	$(150,201,246)$
S_2	$(8,10,12)$	$(30,39,54)$	$(50,99,154)$
Demand	$(100,150,200)$	$(100,150,200)$	$(200,300,400)$

Solusi:

Berdasarkan $\mathfrak{R}(\tilde{A})=\frac{a+b+c}{3}$ untuk setiap bilangan *triangular fuzzy* $\tilde{A}=(a,b,c)$, maka diperoleh masalah transportasi crips (tegas).

	D_1	D_2	Supply
S_1	21	29	199
S_2	10	41	101
Demand	150	150	300

Reduksi baris dan kolom

	D_1	D_2	Supply
S_1	0	0	199
S_2	0	23	101
Demand	150	150	300

Penetapan indeks

	D_1	D_2	Supply
S_1	0_2	0_1	199
S_2	0_1	23	101
Demand	150	150	300

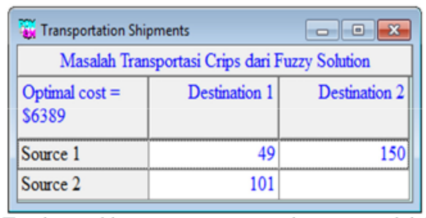
Tabel optimal

	D_1	D_2	Supply
S_1	21 49	29 150	199
S_1	10 101	41 0	101
Demand	150	150	300

Total biaya transportasinya adalah

$z=21(49)+29(150)+10(101)=6389$

Jika masalah transportasi cripsnya dikerjakan dengan program *POM for Windows*, diperoleh



Transportation Shipments		
Masalah Transportasi Crips dari Fuzzy Solution		
Optimal cost = $6389	Destination 1	Destination 2
Source 1	49	150
Source 2	101	

Total biaya transportasinya adalah $z=21(49)+29(150)+10(101)=6389$.

Ekuivalen bentuk fuzzynya sebagai berikut.

	D_1	D_2	S
S_1	$(15,19,29)$ 49	$(22,31,34)$ 150	$(150,201,246)$
S_1	$(8,10,12)$ 101	$(30,39,54)$ 0	$(150,201,246)$
D	$(100,150,200)$	$(100,150,200)$	$(200,300,400)$

Total biaya transportasi

$$\tilde{z}\approx(15,19,29)(49)+(22,31,34)(150)+(8,10,12)(101)$$
$$\approx(4843,6591,7733)$$

dengan $z=\mathfrak{R}(\tilde{z})=6389$.

III. Simpulan dan Saran

Metode Fuzzy ASM merupakan generalisasi dari metode ASM yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah transportasi fuzzy seimbang. Metode ini memberikan solusi optimal pada masalah transportasi fuzzy seimbang, yang relatif mudah dan sederhana untuk diaplikasikan. Langkah-langkah untuk masalah transportasi fuzzy kasus minimum dan maksimum adalah sama hanya berbeda pada langkah pertama, yaitu biaya dikalikan negatif satu untuk kasus maksimum.

Perlu kajian lebih lanjut untuk metode fuzzy ASM untuk masalah transportasi fuzzy tidak seimbang baik untuk kasus minimum maupun kasus maksimum. Apakah metode tersebut juga selalu memberikan solusi optimal untuk masalah transportasi fuzzy tidak seimbang?

Daftar Pustaka

[1] Siswanto, Operation Research. Jakarta: Erlangga, 2016.

[2] W. L. Winston, Operations Research Applications and Algoritms, 4th ed., New York : Duxbury, 2004.

[3] R. E. Bellman and L. A. Zadeh, "Decision-making in fuzzy environment," Management Science, vol. 17, pp. 141-164, 1970.

[4] L. A. Zadeh, "Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility," Fuzzy Sets and Systems, vol. 1, pp. 3-28, 1978.

[5] P. Pandian and G. Natarajan, "A New Algorithm for Finding a Fuzzy Optimal Solution for Fuzzy Transportation Problems, " Applied Mathematical Sciences, vol. 4, pp. 79 – 90, May 2010.

[6] F. A. Giarcarlo, C. X. C. A. Barbara, and E. W. Volmir, "New Methodology to Find Initial Solution for Transportation Problems, a Case Study with Fuzzy Parameter," Applied Mathematical Sciences, vol. 9, pp. 915-927, 2015.

[7] M. R. Fegade, V. A. Jadhav, and A. A. Muley, "Solving Fuzzy Transportation Problem Using Zero Suffix and Robust Ranking Methodology," IOSR Journal of Engineering (IOSRJEN), vol. 2, pp. 36 – 39, July 2012.

[8] S. Mohanaselvi and K. Ganesan ,"Fuzzy Optimal Solution to Fuzzy Transportation Problem: A New Approach," International Journal on Computer Science and Engineering (IJCSE), vol. 4, pp. 367 – 375, March 2012.

[9] A. Edward Samuel and M. Venkatachalapathy, "A New Dual Based Approach for the Unbalanced Fuzzy Transportation Problem," Applied Mathematical Sciences, vol. 6, pp. 4443-4453, April 2012.

[10] A. Quddoos, S. Javaid, and M. M. Khalid, "A New Method for Finding an Optimal Solution for Transportation Problems," International Journal on Computer Science and Engineering (IJCSE), vol. 4, pp. 1271 – 1274, July 2012.

[11] C. Sudhagar and K. Ganesan, "Fuzzy Integer Linear Programming with Fuzzy Decision Variables," Applied Mathematical Sciences, vol. 4, pp. 3493-3502, June 2010.

[12] M. Shanmugasundari and K. Ganesan, "A Novel Approach for the Fuzzy Optimal Solution of Fuzzy Transportation Problem," International Journal of Engineering Research and Applications (IJERA), vol. 3, pp. 1416-1424, January 2013.

Metode Fuzzy ASM pada Masalah Transportasi Fuzzy Seimbang

ORIGINALITY REPORT

18%	17%	12%	9%
SIMILARITY INDEX	INTERNET SOURCES	PUBLICATIONS	STUDENT PAPERS

PRIMARY SOURCES

1	www.unn.ru Internet Source	2%
2	www.sciencepub.net Internet Source	1%
3	Fitri, Helmi, Mariatul Kiftiah. "PERBANDINGAN METODE ASM, STEPPING STONE DAN METODE MODI PADA BIAYA ANGKUT TRANSPORTASI (Kasus Studi: Data Pendistribusian Raskin Perum Bulog Divre Kalimantan Barat Tahun 2018 Pada Bulan Januari-September)", Bimaster : Buletin Ilmiah Matematika, Statistika dan Terapannya, 2019 Publication	1%
4	Submitted to VIT University Student Paper	1%
5	Submitted to Universitas Terbuka Student Paper	1%
6	epdf.pub Internet Source	1%

7	Kumar, Amit, and Neha Bhatia. "Sensitivity analysis for fuzzy linear programming problems based on interval-valued fuzzy numbers", International Journal of Mathematics in Operational Research, 2012. Publication	1%
8	Ebrahimnejad, Ali. "A duality approach for solving bounded linear programming problems with fuzzy variables based on ranking functions and its application in bounded transportation problems", International Journal of Systems Science, 2015. Publication	1%
9	Maowen Nie, Woei Wan Tan. "Modeling capability of type-1 fuzzy set and interval type-2 fuzzy set", 2012 IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 2012 Publication	1%
10	Submitted to Universitas Brawijaya Student Paper	1%
11	Xinwang Liu. "Efficient centroid computation of general type-2 fuzzy sets with linear secondary membership function", 2011 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE 2011), 2011 Publication	1%

12	citeseerx.ist.psu.edu Internet Source	1 %
13	konsultasiskripsi.com Internet Source	1 %
14	digilib.uinsgd.ac.id Internet Source	1 %
15	pustaka.unpad.ac.id Internet Source	1 %
16	os.x-pdf.ru Internet Source	<1 %
17	Submitted to Universiti Malaysia Perlis Student Paper	<1 %
18	Submitted to Universiti Teknologi Malaysia Student Paper	<1 %
19	www.idosi.org Internet Source	<1 %
20	Submitted to University of Petra Student Paper	<1 %
21	real-j.mtak.hu Internet Source	<1 %
22	link.springer.com Internet Source	<1 %
23	gigvvy.com Internet Source	<1 %

24	grupos.moodle.ufsc.br Internet Source	<1%
25	idoc.pub Internet Source	<1%
26	repository.ub.ac.id Internet Source	<1%
27	Submitted to Gitam University Student Paper	<1%
28	pdfs.semanticscholar.org Internet Source	<1%
29	waset.org Internet Source	<1%
30	www.research-publication.com Internet Source	<1%
31	www.slideshare.net Internet Source	<1%
32	"Effects of a Single Price Coefficient Change on the Test Number in a Transportation Problem", ICTE 2015, 2015. Publication	<1%
33	darmadi18.files.wordpress.com Internet Source	<1%

Metode Fuzzy ASM pada Masalah Transportasi Fuzzy Seimbang

GRADEMARK REPORT

FINAL GRADE

/1000

GENERAL COMMENTS

Instructor

PAGE 1

PAGE 2

PAGE 3

PAGE 4

PAGE 5

PAGE 6

PAGE 7

PAGE 8