

LEMBAR
HASIL PENILAIAN SEJAWAT SEBIDANG ATAU PEER REVIEW
KARYA ILMIAH : JURNAL ILMIAH

Judul Jurnal Ilmiah (Artikel) : Pewarnaan Total pada Graf Bintang Sierpinski
 Nama/ Jumlah Penulis : Siti Khabibah, Dita Anies Munawwaroh / 2
 Status Pengusul : penulis ke-1
 Identitas Jurnal Ilmiah : a. Nama Jurnal : Limits : Journal of Mathematics and Its Applications
 b. Nomor ISSN : 2579-8936, 1829-605x
 c. Vol, No., Bln Thn : Vol 18, no 2, nopember 2021
 d. Penerbit : Departemen Matematika, ITS
 e. DOI artikel (jika ada) : <http://dx.doi.org/10.12962/limits.v18i2.6665>
 f. Alamat web jurnal : <http://iptek.its.ac.id/index.php/limits>
 Alamat Artikel : <https://iptek.its.ac.id/index.php/limits/article/view/6665/6364>
 g. Terindex : Google Scholar, Sinta

Kategori Publikasi Jurnal Ilmiah : ☐ Jurnal Ilmiah Internasional
 (beri ✓ pada kategori yang tepat) ☒ Jurnal Ilmiah Nasional Terakreditasi
☐ Jurnal Ilmiah Nasional Tidak Terakreditasi

Hasil Penilaian *Peer Review* :

Komponen Yang Dinilai	Nilai Maksimal Jurnal Ilmiah			Nilai Akhir Yang Diperoleh
	Internasional ☐	Nasional Terakreditasi ☐	Nasional Tidak Terakreditasi ☐	
a. Kelengkapan unsur isi jurnal (10%)		2,5		2,5
b. Ruang lingkup dan kedalaman pembahasan (30%)		7,5		7,4
c. Kecukupan dan kemutakhiran data/informasi dan metodologi (30%)		7,5		7,4
d. Kelengkapan unsur dan kualitas terbitan/jurnal (30%)		7,5		7,4
Total = (100%)		25		24,7
Nilai Pengusul = 100% x =				

Catatan Penilaian artikel oleh Reviewer :

1. Kesesuaian dan kelengkapan unsur isi jurnal:

Unsur artikel ini lengkap dan sesuai..

2. Ruang lingkup dan kedalaman pembahasan:

Lingkup materi yang dibahas tentang teori graf yang merupakan bagian dari topik kajian di ilmu matematika. Kedalaman pembahasan sudah cukup baik.

3. Kecukupan dan kemutakhiran data/informasi dan metodologi:

Informasi yang tersampaikan dalam artikel ini sudah memuat suatu keterbaruan dalam teori Graf.

4. Kelengkapan unsur dan kualitas terbitan:

Kualitas terbitan jurnal baik, afiliasi penulis cukup majemuk dari berbagai perguruan tinggi.

Semarang,
 Reviewer 1



Nama: Dr. Susilo Haryanto, S.Si, M.Si
 NIP. : 197410142000121001
 Unit Kerja: Matematika Undip
 Bidang Ilmu: Matematika

LEMBAR
HASIL PENILAIAN SEJAWAT SEBIDANG ATAU PEER REVIEW
KARYA ILMIAH : JURNAL ILMIAH

Judul Jurnal Ilmiah (Artikel) : Pewarnaan Total pada Graf Bintang Sierpinski
 Nama/ Jumlah Penulis : Siti Khabibah, Dita Anies Munawwaroh / 2
 Status Pengusul : penulis ke-1
 Identitas Jurnal Ilmiah : a. Nama Jurnal : Limits : Journal of Mathematics and Its Applications
 b. Nomor ISSN : 2579-8936, 1829-605x
 c. Vol, No., Bln Thn : Vol 18, no 2, nopember 2021
 d. Penerbit : Departemen Matematika, ITS
 e. DOI artikel (jika ada) : <http://dx.doi.org/10.12962/limits.v18i2.6665>
 f. Alamat web jurnal : <http://iptek.its.ac.id/index.php/limits>
 Alamat Artikel : <https://iptek.its.ac.id/index.php/limits/article/view/6665/6364>
 g. Terindex : Google Scholar, Sinta

Kategori Publikasi Jurnal Ilmiah : ☐ Jurnal Ilmiah Internasional
 (beri ✓ pada kategori yang tepat) ☒ Jurnal Ilmiah Nasional Terakreditasi
☐ Jurnal Ilmiah Nasional Tidak Terakreditasi

Hasil Penilaian *Peer Review* :

Komponen Yang Dinilai	Nilai Maksimal Jurnal Ilmiah			Nilai Akhir Yang Diperoleh
	Internasional ☐	Nasional Terakreditasi ☐	Nasional Tidak Terakreditasi ☐	
a. Kelengkapan unsur isi jurnal (10%)		2,5		2,5
b. Ruang lingkup dan kedalaman pembahasan (30%)		7,5		7,5
c. Kecukupan dan kemutakhiran data/informasi dan metodologi (30%)		7,5		5
d. Kelengkapan unsur dan kualitas terbitan/jurnal (30%)		7,5		7,5
Total = (100%)		25		22,5
Nilai Pengusul = 100% x =				

Catatan Penilaian artikel oleh Reviewer :

1. Kesesuaian dan kelengkapan unsur isi jurnal:

Artikel ini berisi konten yang lengkap dimulai dengan pendahuluan, metode penelitian, hasil dan pembahasan, simpulan dan daftar pustaka.

2. Ruang lingkup dan kedalaman pembahasan:

Artikel ini membahas pewarnaan total pada graf yang dikonstruksi oleh penulis dari bentuk fractal segitiga Sierpinski dan dinamakan dengan Graf Bintang Sierpinski. Selain pewarnaan dijelaskan juga bagaimana konstruksi dari graf Bintang Sierpinski dari iterasi 1 sampai dengan n serta diberikan definisi secara matematis.

3. Kecukupan dan kemutakhiran data/informasi dan metodologi:

Metodologi disajikan dengan baik, konstruksi graf disajikan dalam gambar dengan penjelasan yang cukup detail.

4. Kelengkapan unsur dan kualitas terbitan:

Jurnal terindeks Sinta 2, dengan jumlah artikel yang memadai dan similaritas 13%.

Semarang,
 Reviewer 2

Nama: Dr.Dra. Titi Udjiani S.R.R.M., M.Si.
 NIP. 196402231991022001
 Unit Kerja: Dep. Matematika Undip
 Bidang Ilmu: Matematika

LEMBAR
HASIL PENILAIAN SEJAWAT SEBIDANG ATAU PEER REVIEW
KARYA ILMIAH : JURNAL ILMIAH

Judul Jurnal Ilmiah (Artikel) : Pewarnaan Total pada Graf Bintang Sierpinski
 Nama/ Jumlah Penulis : Siti Khabibah, Dita Anies Munawwaroh / 2
 Status Pengusul : penulis ke-1
 Identitas Jurnal Ilmiah : a. Nama Jurnal : Limits : Journal of Mathematics and Its Applications
 b. Nomor ISSN : 2579-8936, 1829-605x
 c. Vol, No., Bln Thn : Vol 18, no 2, nopember 2021
 d. Penerbit : Departemen Matematika, ITS
 e. DOI artikel (jika ada) : <http://dx.doi.org/10.12962/limits.v18i2.6665>
 f. Alamat web jurnal : <http://iptek.its.ac.id/index.php/limits>
 Alamat Artikel : <https://iptek.its.ac.id/index.php/limits/article/view/6665/6364>
 g. Terindex : Google Scholar, Sinta

Kategori Publikasi Jurnal Ilmiah : ☐ Jurnal Ilmiah Internasional
 (beri ✓ pada kategori yang tepat) ☒ Jurnal Ilmiah Nasional Terakreditasi
☐ Jurnal Ilmiah Nasional Tidak Terakreditasi

Hasil Penilaian *Peer Review* :

Komponen Yang Dinilai	Nilai Reviewer		Nilai Rata-Rata
	Reviewer 1	Reviewer 2	
a. Kelengkapan unsur isi jurnal (10%)	2,5	2,5	2,5
b. Ruang lingkup dan kedalaman pembahasan (30%)	7,4	7,5	7,45
c. Kecukupan dan kemutakhiran data/informasi dan metodologi (30%)	7,4	5	6,2
d. Kelengkapan unsur dan kualitas terbitan/jurnal (30%)	7,4	7,5	7,45
Total = (100%)	24,7	22,5	23,6
Nilai Pengusul = 60% x 23,6 = 14,16			

Semarang,
 Reviewer 1



Nama : Dr. Susilo Haryanto, S.Si, M.Si.
 NIP. 197410142000121001
 Unit Kerja : FSM Undip
 Bidang Ilmu : Matematika

Reviewer 2



Nama : Dr. Dra. Titi Udjiani SRRM., M.Si.
 NIP. 196402231991022001
 Unit Kerja : FSM Undip
 Bidang Ilmu : Matematika



LIMITS : JOURNAL OF MATHEMATICS AND ITS APPLICATIONS

📍 [FAKULTAS MATEMATIKA, KOMPUTASI, DAN SAINS DATA INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER](#)

🌟 [P-ISSN : 25798936](#) <> [E-ISSN : 25798936](#) 📁 [Subject Area : Education](#)



0.97222

2

Impact Factor



349

Google Citations



Sinta 2

Current Accreditation

🔍 [Google Scholar](#) 📁 [Garuda](#) 🌐 [Website](#) 🌐 [Editor URL](#)

History Accreditation

2016 2017 2018 2019 2020 2021 2022 2023 2024

Garuda [Google Scholar](#)

Search...

[Front Cover Vol.18 No.2 2021](#)

[Institut Teknologi Sepuluh Nopember](#) 📁 [Limits: Journal of Mathematics and Its Applications Vol 18, No 2 \(2021\)](#)

📅 2021 📄 [DOI: 10.12962/limits.v18i2.11496](#) 🏅 [Accred : Sinta 2](#)

[Model Matematika SEAR dengan Memperhatikan Faktor Migrasi Terinfeksi untuk Kasus COVID-19 di Indonesia](#)

[Institut Teknologi Sepuluh Nopember](#) 📁 [Limits: Journal of Mathematics and Its Applications Vol 18, No 2 \(2021\) 142-153](#)

📅 2021 📄 [DOI: 10.12962/limits.v18i2.7774](#) 🏅 [Accred : Sinta 2](#)

[Simulasi Numerik Persamaan Gelombang Air Dangkal 1D dengan Topografi Tidak Datar Menggunakan Metode Beda Hingga](#)

[Institut Teknologi Sepuluh Nopember](#) 📁 [Limits: Journal of Mathematics and Its Applications Vol 18, No 2 \(2021\) 95-107](#)

📅 2021 📄 [DOI: 10.12962/limits.v18i2.6170](#) 🏅 [Accred : Sinta 2](#)

[Pewarnaan Total pada Graf Bintang Sierpinski](#)

[Institut Teknologi Sepuluh Nopember](#) 📁 [Limits: Journal of Mathematics and Its Applications Vol 18, No 2 \(2021\) 119-128](#)

📅 2021 📄 [DOI: 10.12962/limits.v18i2.6665](#) 🏅 [Accred : Sinta 2](#)

[Teorema Terkait Teknik Perhitungan Integral Garis Lebesgue-Hausdorff atas Kurva Sederhana](#)

Limits

E-ISSN: 2579-8936
P-ISSN: 1829-605X



Departemen Matematika
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Journal of Mathematics and Its Applications

Editorial Team
Peer-Reviewer
Focus & Scope
Indexing
Author Guidelines
Publication Ethics
Peer Review Process
Online Submission
Copyright Transfer Form
Contact
View My Stats

ACCREDITATION STATUS

Limits: Journal Mathematics and Its Application
The journal is classified into national's 2nd highest cluster for reputable journal in Indonesia No
SK: **200/M/KPT/2020**
Started from: Vol. 17 No. 1 Year 2020
Until: Vol. 21 No. 2 Year 2024



CITATION ANALYSIS

[Crossref](#)
[Google Scholar](#)
[Sinta](#)

TEMPLATE



2020 DOI: 10.12962/limits.v17i2.4462 Accred : Sinta 2

📅 2020 [DOI: 10.12962/limits.v17i1.6752](https://doi.org/10.12962/limits.v17i1.6752) 🔄 Accred : Sinta 2

📅 2020 📄 DOI: [10.12962/limits.v17i2.6901](https://doi.org/10.12962/limits.v17i2.6901) 🔄 Accredited : Sinta 2

2020 DOI: [10.12962/limits.v17i1.7236](https://doi.org/10.12962/limits.v17i1.7236) Accredited : Sinta 2

📅 2020 🗨️ DOI: [10.12962/limits.v17i2.6650](https://doi.org/10.12962/limits.v17i2.6650) 🔄 Accred : Sinta 2

2020 DOI: [10.12962/limits.v17i1.5994](https://doi.org/10.12962/limits.v17i1.5994) Accred : Sinta 2

Solusi Model Merokok Menggunakan Metode Perturbasi Homotopi

Mohamad Riyadi¹, Daswa², Mia Aditya Putri³

^{1,2,3}Universitas Kuningan; Jln. Cut Nyak Dien No. 36A, Cijoho

^{1,3}Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Kuningan Jawa Barat Indonesia

²Program Studi Teknik Informatika Universitas Kuningan Jawa Barat Indonesia

e-mail: mohamad.riyadi@uniku.ac.id¹, daswa@uniku.ac.id², miadityap@gmail.com³

Diajukan: 28 Januari 2020, Diperbaiki: 3 Maret 2021, Diterima: 9 Juni 2021

Abstrak

Artikel ini meninjau masalah dinamika perilaku merokok. Metode perturbasi homotopi diterapkan untuk menghitung solusi sistem persamaan differensial pada masalah tersebut. Hasil ini kemudian dibandingkan dengan hasil dari metode numerik. Hasil menunjukkan bahwa solusi metode perturbasi homotopi cenderung menghasilkan kecocokan yang baik terhadap solusi numerik pada beberapa selang waktu.

Kata Kunci: metode perturbasi homotopi, sistem persamaan differensial, model merokok

Abstract

This article considers the dynamics of smoking behavior. The homotopy perturbation method is applied to calculate the solution of the system of differential equations on the problem. Then, the results are compared with the results by numerical methods. The results show that the solutions of the homotopy perturbation method are in good agreement with the solutions of the numerical method at several time intervals.

Keywords: homotopy perturbation method, system of differential equation, smoking model

1 Pendahuluan

Dinamika perilaku merokok dapat dipelajari dengan pemodelan matematika. Pemodelan ini dapat membantu dalam menganalisis bagaimana penyebaran perilaku merokok. Model ini dapat menggunakan pendekatan pemodelan epidemi penyakit menular [1]. Melalui pendekatan ini, model mempertimbangkan kompartemen [2].

Pemodelan merokok yang menggambarkan dinamika trend pertumbuhan penggunaan narkoba dan tembakau diperkenalkan oleh [3]. Dia mengembangkan model dengan membagi populasi menjadi tiga subpopulasi yaitu perokok potensial, perokok dan perokok yang berhenti dengan mempertimbangkan beberapa faktor yang berpengaruh pada pertumbuhan penggunaan tembakau. [4] mengusulkan model matematika dinamika merokok dengan membagi populasi menjadi empat subpopulasi dengan mengenalkan dua kelas pada perokok yang berhenti, yaitu

Model Matematika SEAR dengan Memperhatikan Faktor Migrasi Terinfeksi untuk Kasus COVID-19 di Indonesia

E. Andry Dwi Kurniawan, Fatmawati*, Aprilia Dianpermatasari

Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga, Surabaya, Indonesia

e-mail: fatmawati@fst.unair.ac.id

Diajukan: 23 September 2020, Diperbaiki: 27 September 2021, Diterima: 27 Oktober 2021

Abstrak

Dalam paper ini, dikonstruksi sebuah model matematika SEAR (*Susceptible, Exposed, Acute, Recovery*) penyebaran COVID-19 dengan memperhatikan faktor migrasi yang terinfeksi. Estimasi parameter dari model matematika SEAR dilakukan berdasarkan data perkembangan penyebaran COVID-19 di Indonesia. Dari hasil estimasi diperoleh nilai *basic reproduction number* (R_0) untuk mengetahui laju penyebaran COVID-19 di Indonesia. Berdasarkan hasil simulasi numerik terlihat bahwa faktor migrasi memberikan pengaruh yang signifikan terhadap penyebaran kasus COVID-19 di Indonesia.

Kata Kunci: Model matematika, Estimasi parameter, COVID-19, Coronavirus, Faktor migrasi.

Abstract

In this paper, we constructed a mathematical model SEAR (*susceptible exposed acute recovery*) spread of COVID-19 within migration factor. The parameters estimation of the SEAR mathematical model are considered by using the reported data of COVID-19 in Indonesia. We also estimated the value of the *basic reproduction number* (R_0) to determine the rate of spread of COVID-19 in Indonesia. Based on the result of numerical simulation, we can conclude that the migration factor gives a significant effect on to spread of COVID-19 in Indonesia.

Keywords: Mathematical model, parameter estimation, COVID-19, Coronavirus, migration factor.

1 Pendahuluan

Coronavirus merupakan keluarga besar virus yang menyebabkan penyakit pada manusia dan hewan. Pada manusia biasanya menyebabkan penyakit infeksi saluran pernapasan, mulai dari flu biasa hingga penyakit yang serius seperti *Middle East Respiratory Syndrome* (MERS) dan Sindrom Pernafasan Akut Berat/*Severe Acute Respiratory Syndrome* (SARS). Coronavirus jenis baru pada manusia ditemukan sejak kejadian luar biasa yang pertama kali muncul di Wuhan Cina, pada Desember 2019. Kemudian virus tersebut diberi nama *Severe Acute Respiratory Syndrome Coronavirus 2* (SARS-COV2) dan menyebabkan penyakit *Coronavirus Disease-2019* (COVID-19) yang menyebar keseluruh dunia dengan sangat cepat [1].

Penyebaran COVID-19 pertama kali di Indonesia diketahui sejak dilaporkannya kasus positif pada tanggal 2 Maret 2020. Pada tanggal 28 Mei 2020, Indonesia telah mencatat sebanyak 24,538 kasus positif COVID-19 [2]. Berbagai upaya telah dilakukan pemerintah untuk menekan

Penentuan Nilai Awal Iterasi pada Masalah Pendugaan Parameter Regresi Taklinier

Mohammad Jamhuri^{1,2}, Subiono¹

¹Departemen Matematika Fakultas Sains dan Analitika Data, ITS Surabaya Indonesia

²Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Maulana Malik Ibrahim Malang Indonesia
e-mail: m.jamhuri@live.com¹, subiono2008@matematika.its.ac.id²

Diajukan: 31 Desember 2020, Diperbaiki: 27 Mei 2021, Diterima: 6 September 2021

Abstrak

Paper ini membahas tentang pendugaan parameter model regresi tak linier menggunakan metode Newton, Gauss-Newton, *steepest descent*, dan homotopi. Metode-metode tersebut tidak senantiasa dapat memberikan hasil sebagaimana yang diharapkan, sebab hasil yang diperoleh sangat bergantung pada nilai awal yang diberikan. Keberhasilan metode-metode tersebut juga tidak ditentukan oleh seberapa dekat nilai awal terhadap solusi yang diharapkan, tetapi lebih kepada berhingga atau tidaknya elemen-elemen matrik Jacobi dari hampiran sistem persamaan tak liniernya. Selanjutnya, nilai awal diperoleh dengan cara membangkitkan bilangan random pada rentang tertentu dan dipilih yang dapat menghasilkan matriks Jacobi dengan elemen-elemen berhingga.

Kata Kunci: regresi tak linier, metode Newton, Gauss-Newton, *steepest descent*, homotopi.

Abstract

This paper discusses the estimation of nonlinear regression model parameters using Newton, Gauss-Newton, steepest descent, and homotopy methods. These methods do not always produce the expected results because they depend on the given initial values. The success of these methods is not determined by the proximity of the initial value to the expected solution but determined by whether the elements of the Jacobian matrix obtained from the approximation of the system of nonlinear equations are finite or not. Furthermore, the initial value is obtained by generating random numbers in a specific range and selecting a Jacobian matrix with finite elements.

Keywords: non-linear regression, Newton method, Gauss-Newton, *steepest descent*, homotopy.

1 Pendahuluan

Persamaan regresi secara umum dapat dituliskan sebagai

$$y = f(x; \theta) + \epsilon \quad (1)$$

dengan y merupakan variabel respon dari data $x = (x_1, \dots, x_m)$, sedangkan $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_p)$ adalah parameter-parameter regresi yang harus ditentukan. Fungsi f dalam persamaan (1) disebut sebagai fungsi regresi, dan dikatakan linier jika f linier terhadap θ dan taklinier jika sebaliknya. Pembahasan terkait pendugaan parameter model linier sudah dianggap cukup lengkap dan tidak

Perbandingan Penyelesaian Integral Riemann, Lebesgue dan HK Berdasarkan Definisi

Miftahul Fikri ^{1 *}, Samsurizal ², Andi Makkulau ³

^{1,2,3} Jl. Lingkar Luar Barat, Duri Kosambi, Cengkareng, Jakarta 11750

^{1,2,3} Fakultas Ketenagalistrikan dan Energi Terbarukan IT-PLN Jakarta Indonesia

e-mail: miftahul@itpln.ac.id

Diajukan: 25 Februari 2021, Diperbaiki: 17 Juni 2021, Diterima: 24 Juni 2021

Abstrak

Sejak integral diperkenalkan oleh Newton dan Leibniz pada abad ke-17, alat ukur ini terus dilakukan kajian dan perumuman hingga saat ini. Terdapat tiga integral yang dikenal secara luas yaitu integral Riemann, integral Lebesgue dan integral HK. Pada masanya integral Riemann diterapkan untuk menyelesaikan berbagai persoalan tetapi kemudian diketahui memiliki keterbatasan. Integral Lebesgue muncul untuk mengatasi keterbatasan ini. Integral Lebesgue pun kemudian diketahui memiliki keterbatasannya tersendiri sehingga muncul integral Henstock-Kurzweil (integral HK) untuk mengatasi keterbatasan integral Lebesgue. Dalam banyak literatur seringkali untuk menyelesaikan soal integral tidak menggunakan definisi/ kerangka acuan yang sama sehingga sangat sulit memahami substansi maupun keterkaitan ketiga integral ini. Oleh karena itu, pada penelitian ini dilakukan perbandingan penyelesaian persoalan integral menggunakan definisi. Adapun dari empat persoalan integral yang dibahas, integral Riemann dapat menyelesaikan satu persoalan, integral Lebesgue dapat menyelesaikan dua persoalan dan integral HK dapat menyelesaikan seluruh persoalan yang dibahas.

Kata Kunci: integral Riemann, integral Lebesgue, integral Henstock-Kurzweil.

Abstract

Since the integral was introduced by Newton and Leibniz in the 17th century, this measuring instrument has continued to be examined and generalized today. There are three integrals that are widely known, namely the Riemann integral, the Lebesgue integral, and the HK integral. In his time the Riemann integral was applied to solve various problems, but it was later discovered to have limitations. Lebesgue integral emerges to overcome these limitations. Then the Lebesgue integral is also known to have its limitations so that the Henstock-Kurzweil integral (HK integral) emerges to overcome the limitations of the Lebesgue integral. In much literature, often solving integral problems does not use the definition / same frame of reference so that it is very difficult to understand the substance and the relationship between these three integrals. Therefore, this research was carried out the comparison of integral problem solving using definitions. As for the four problems of integral discussed, the Riemann integral can solve one problem, the Lebesgue integral can solve two problems and the HK integral can solve all the problems discussed.

Keywords: Riemann integral, Lebesgue integral, Henstock-Kurzweil integral

1 Pendahuluan

Sejak Newton dan Leibniz pada abad ke-17 mengkaji turunan dan integral secara terpisah, topik ini khususnya integral terus mengalami perkembangan hingga era modern [1]. Era ini dimulai pada tahun 1823 ketika Cauchy mendefinisikan integral fungsi kontinu pada selang tutup

Pewarnaan Total pada Graf Bintang Sierpinski

by Siti Khabibah

Submission date: 12-Apr-2023 12:41PM (UTC+0700)

Submission ID: 2062303877

File name: Pewarnaan_Total_pada_Graf_Bintang_Sierpinski.pdf (434.42K)

Word count: 3442

Character count: 16463

Pewarnaan Total pada Graf Bintang Sierpinski

^{1,2}Departemen ¹⁴ Siti Khabibah ¹ *, Dita Anies Munawwaroh ² ²⁵ Soedharto, ²³
*e-mail: khabibah.undip@gmail.com

Diajukan: 2 Maret 2020, Diperbaiki: 1 Agustus 2021, Diterima: 6 September 2021

Abstrak

Bilangan kromatik total graf G adalah bilangan bulat terkecil k dimana titik-titik dan sisi-sisi graf G dapat diwarnai dengan k warna sedemikian hingga dua titik yang *adjacent* dan sisi yang *insiden* dengan titik-titik tersebut diberikan warna yang berbeda. Dalam paper ini dibahas mengenai pewarnaan total pada Graf Bintang Sierpinski, SS_n . Bilangan kromatik untuk pewarnaan total pada Graf SS_n adalah 1 untuk $n = 1$ dan $1 + 3 \cdot 2^{n-2}$ untuk $n \geq 2$.

Kata Kunci: Graf Bintang Sierpinski, Pewarnaan total, Bilangan Kromatik.

Abstract

²³ ²⁵ the least integer k where ²⁵ and ²⁵ G can ²³ with k color so that two vertices are adjacent and the edge which incident with these vertices are given different colors. This paper discusses total coloring on Sierpinski Star Graph, SS_n . The chromatic number for total coloring on Graph SS_n is 1 for $n = 1$ and $1 + 3 \cdot 2^{n-2}$ for $n \geq 2$.

Keywords: Sierpinski Star Graph, Total Coloring, Total chromatic number.

1 Pendahuluan

Segitiga Sierpinski merupakan salah satu bentuk fraktal yang menarik untuk dikaji lebih dalam. Salah satu kajian matematika yang berkaitan dengan segitiga sierpinski adalah graf. Pada tahun 1997 Klavzar dan Milutinovic [1] memperkenalkan graf *Sierpinski* $S(n, k)$ yang merupakan generalisasi dari masalah Tower Hanoi. Selain graf *Sierpinski*, terdapat graf *Sierpinski Gasket* S_n yang bentuknya identik dengan segitiga Sierpinski, dengan himpunan titik dan sisi dari graf S_n adalah titik sudut dan sisi segitiga-segitiga dari segitiga Sierpinski [2]. Selain berupa segitiga ada juga yang berupa bujursangkar yang dikenal dengan graf *Square Sierpinski* [3]. Survey dan klasifikasi mengenai graf turunan Sierpinski dibahas oleh Andreas dan Sandi [4]. Menggunakan manipulasi pelabelan, Toru Hasunuma [5] mengkonstruksi graf *Universaled Sierpinski*.

Pembahasan yang menarik dalam graf diantaranya adalah pelabelan. Salah satu bentuk pelabelan pada graf adalah pewarnaan graf, beberapa artikel yang terkait dengan pewarnaan graf dan graf Sierpinski diantaranya adalah pewarnaan pada graf *Sierpinski* dan *Sierpinski Gasket* [6]. Pewarnaan titik, sisi, dan pewarnaan total pada graf *Sierpinski* dan graf *Sierpinski Gasket* dibahas

oleh Jacovac dan Klavzar [7]. Untuk pewarnaan pada graf *Square Sierpinski* dibahas oleh Xue, Zuo, dan Li [3]. Selanjutnya pada [8] dibahas mengenai pewarnaan pada graf *Hanoi* dan graf *Sierpinski*. Pewarnaan total pada graf-graf turunan Sierpinski ditulis pada [9]. Selain pewarnaan titik, sisi dan total, pewarnaan *Packing* pada graf Sierpinski dibahas oleh Bestjan[10]. Terinspirasi kajian mengenai graf Sierpinski, pada tahun 2017 penulis menyusun graf yang dinamakan graf Bintang Sierpinski berikut pewarnaan titik dan sisinya [11]. Konstruksi grafnya baru dijelaskan secara geometris belum mencantumkan definisi secara matematis. Dalam paper ini dibahas mengenai graf Bintang Sierpinski menggunakan definisi yang lebih matematis beserta pewarnaan totalnya.

2 Metode Penelitian

Penelitian dilaksanakan dengan terlebih dahulu mengkonstruksi graf Bintang Sierpinski yang dibangun dari segitiga Sierpinski ²⁴ - n . Definisi mengenai graf Bintang Sierpinski secara matematis diberikan berikut keterangan melalui tabel dan gambar. Jumlah titik dan sisi dari graf Bintang Sierpinski untuk iterasi ke- n diambil dari hasil penelitian sebelumnya. Selanjutnya dibahas mengenai pewarnaan total pada graf Bintang Sierpinski. Pewarnaan total dari graf Bintang Sierpinski disajikan dalam bentuk fungsi untuk pewarnaan titik dan sisinya. Bilangan kromatik total hasil pewarnaan pada graf Bintang Sierpinski disajikan dalam bentuk proposisi.

3 ¹⁷

 definisi  graf Bintang Sierpinski beserta penjelasan menggunakan contoh dan gambar. Pewarnaan total pada graf Bintang Sierpinski dilengkapi dengan fungsi dari pewarnaan total beserta hasil pewarnaan untuk titik dan sisinya.

3.1 Graf Bintang Sierpinski

Secara geometris graf Bintang Sierpinski SS_n dengan $n \geq$ ¹⁰  . Himpunan  dari  SS_n merupakan himpunan semua segitiga dari segitiga Sierpinski hasil iterasi ke- n , dan titik yang mewakili segitiga pusat disebut titik pusat (*center vertex*), sedangkan himpunan sisinya merupakan himpunan semua sisi yang merupakan persekutuan dari dua segitiga dalam segitiga Sierpinski. Dinamakan Graf Bintang Sierpinski karena bentuk dasarnya merupakan graf bintang dan dibangun dari segitiga Sierpinski. Banyaknya titik dan sisi dari graf SS_n dinotasikan dengan $|V_n|$ dan $|E_n|$ [11].

Untuk lebih jelasnya, Tabel 1 berikut menjelaskan bagaimana konstruksi graf Bintang Sierpinski dari segitiga Sierpinski untuk iterasi 1, 2 dan 3 beserta jumlah titik dan sisi dari masing-masing graf.

Tabel 1. Segitiga Sierpinski dan Graf SS_n

n	Segitiga Sierpinski iterasi ke- n	Graf SS_n	$ V_n $	$ E_n $
1			1	0
2			4	3
3			13	15

Secara umum, graf Bintang Sierpinski dijelaskan dalam definisi berikut.

Definisi 1. Graf Bintang Sierpinski, SS_n , didefinisikan sebagai berikut, untuk SS_1 hanya terdiri atas satu titik, untuk $n \geq 2$, himpunan titik dari SS_n terdiri atas $(n-1)$ -tupel dari bilangan 0,1,2,3 yaitu $V(SS_n) = \{0,1,2,3\}^{n-1}$. Dua titik $u = (u_1, u_2, \dots, u_{n-1})$ dengan $u_i \in \{0,1,2,3\}$ dan $v = (v_1, v_2, \dots, v_{n-1})$ dengan $v_i \in \{1,2,3\}$ dikatakan adjacent jika dan hanya jika terdapat $k \in \{1,2, \dots, n-1\}$ sedemikian hingga

- i. $u_i = 0$ dan $v_i = k, k+1, \dots, n-1$
- ii. $v_i = v_i$ dan $u_i = 1,2, \dots, 3$
- iii. $v_i \neq v_i + 2, \dots, 3 - 1$

Selanjutnya titik $(u_1, u_2, \dots, u_{n-1})$ ditulis dengan $\langle u_1 u_2 \dots u_{n-1} \rangle$.

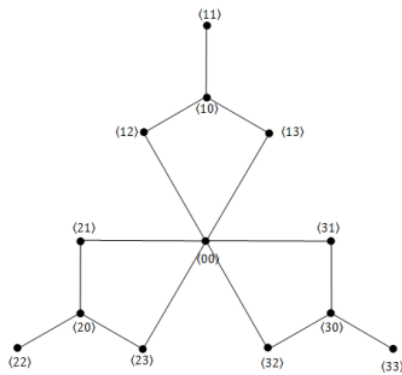
Jumlah titik dan sisi pada graf Bintang Sierpinski ditunjukkan dalam proposisi berikut:

Proposisi 2. [11] Graf Bintang Sierpinski SS_n mempunyai $\frac{1}{2}(3^n - 1)$ titik untuk $n \geq 1$ dan $\sum_{i=0}^{n-2} 2^i \cdot 3^{n-1-i}$ sisi untuk $n \geq 2$.

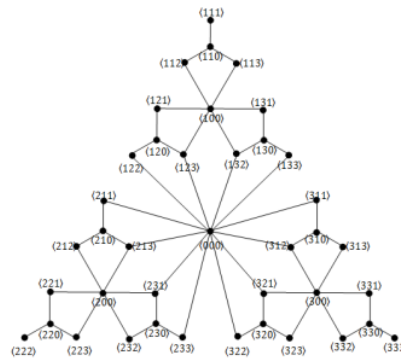
Setiap graf Bintang Sierpinski, SS_n untuk $n \geq 2$ memuat tiga subgraf yang identik dengan graf SS_{n-1} . Dalam paper ini subgraf atas, kiri, dan kanan masing-masing dinotasikan dengan SS_n^{atas} , SS_n^{kiri} , dan SS_n^{kanan} , dan subgraf-subgraf ini pun terdiri atas tiga subgraf dari iterasi

sebelumnya. Titik pusat utama merupakan titik dengan derajat tertinggi, yaitu titik $\langle u_1 u_2 \dots u_{n-1} \rangle$ dengan $u_i = 0$ untuk semua i . Untuk semua titik $v = (v_1, v_2, \dots, v_{n-1})$ pada SS_{n-1} , dan v_i nilai v_1 berturut-turut sama dengan 1, 2, dan 3. Untuk $i \neq 1$, $v_i \in \{0, 1, 2, 3\}$, untuk titik yang memuat $v_i = 0$ merupakan titik pusat dari masing-masing subgraf, sedangkan untuk $v_i \in \{2, 3\}$, $v_i \in \{1, 3\}$, dan $v_i \in \{1, 2\}$ berturut-turut untuk graf SS_{n-1}^1 , graf SS_{n-1}^2 , dan graf SS_{n-1}^3 dihubungkan dengan titik pusat utama.

Contoh 3. Diberikan Graf SS_3 dan SS_4 yang masing-masing mempunyai titik berjumlah 13 dan 40 serta banyaknya sisi masing-masing 15 dan 57.



Gambar 1a. Graf SS_3



Gambar 1b. Graf SS_4

Gambar 1a memperlihatkan bahwa Graf SS_3 mempunyai 13 titik terdiri atas 1 titik pusat utama, 3 titik pusat dari tiga subgraf (SS_2^1 , SS_2^2 , dan SS_2^3), dan 9 titik yang masing-masing adjacent dengan titik pusat pada masing-masing subgraf yang bersesuaian. Titik pusat utama merupakan titik dengan derajat tertinggi, yaitu titik $\langle 00 \rangle$. Titik pusat subgraf SS_2^1 , SS_2^2 , dan SS_2^3 masing-masing adalah titik $\langle 10 \rangle$, $\langle 20 \rangle$, dan $\langle 30 \rangle$. Titik $\langle 11 \rangle$, $\langle 12 \rangle$, dan $\langle 13 \rangle$ merupakan titik dari subgraf SS_2^1 yang adjacent dengan $\langle 10 \rangle$. Titik $\langle 21 \rangle$, $\langle 22 \rangle$, dan $\langle 23 \rangle$ merupakan titik dari subgraf SS_2^2 yang adjacent dengan $\langle 20 \rangle$. Titik $\langle 31 \rangle$, $\langle 32 \rangle$, dan $\langle 33 \rangle$ merupakan titik dari subgraf SS_2^3 yang adjacent dengan $\langle 30 \rangle$. Titik yang adjacent dengan titik pusat utama adalah titik $\langle 12 \rangle$, $\langle 13 \rangle$, $\langle 21 \rangle$, $\langle 23 \rangle$, $\langle 31 \rangle$, dan $\langle 32 \rangle$. Jadi titik-titik pada SS_3 adalah $\langle 00 \rangle$, $\langle 10 \rangle$, $\langle 11 \rangle$, $\langle 12 \rangle$, $\langle 13 \rangle$, $\langle 20 \rangle$, $\langle 21 \rangle$, $\langle 22 \rangle$, $\langle 23 \rangle$, $\langle 30 \rangle$, $\langle 31 \rangle$, $\langle 32 \rangle$, dan $\langle 33 \rangle$.

Graf SS_4 memuat tiga subgraf yang identik dengan graf SS_3 ditambah dengan satu titik yang disebut titik utama. Titik pusat utamanya adalah titik $\langle 000 \rangle$, sedangkan titik-titik dari subgraf SS_3^1 , SS_3^2 , dan SS_3^3 identik dengan titik-titik pada graf SS_3 . Sebagai contoh, subgraf SS_3^1 mempunyai 13 titik dan 15 sisi yang identik dengan graf SS_3 . Adapun titik-titik dari subgraf SS_3^1 adalah

$\langle 100 \rangle, \langle 110 \rangle, \langle 111 \rangle, \langle 112 \rangle, \langle 113 \rangle, \langle 120 \rangle, \langle 121 \rangle, \langle 122 \rangle, \langle 123 \rangle, \langle 130 \rangle, \langle 131 \rangle, \langle 132 \rangle$ dan $\langle 133 \rangle$. Untuk titik $\langle u_1 u_2 u_3 \rangle$ pada SS_3^2 dan SS_3^3 nilai u_1 masing-masing bernilai 2 dan 3, sedangkan u_2 dan u_3 identik dengan SS_3^1 .

Secara umum setiap graf Bintang Sierpinski, SS_n untuk $n \geq 2$ memuat tiga subgraf yang identik dengan graf SS_{n-1} yaitu subgraf atas, kiri, dan kanan masing-masing dinotasikan dengan SS_{n-1}^1 , SS_{n-1}^2 , dan SS_{n-1}^3 .

Pada SS_{n-1}^1 , setiap titik $v = (v_1, v_2, v_3)$ berlaku aturan untuk $i = 1$ nilai $v_i = 1$ dan untuk $i \neq 1$ nilai $v_i \in \{0, 1, 2, 3\}$, dimana titik yang memuat $v_i = 0$ merupakan titik pusat dari subgraf pada SS_{n-1}^1 , sedangkan titik-titik v dimana $v_i \in \{2, 3\}$ untuk $i \neq 1$ terhubung dengan titik pusat utama.

Pada SS_{n-1}^2 berlaku aturan untuk $i = 1$ nilai $v_1 = 2$ dan untuk $i \neq 1$ nilai $v_i \in \{0, 1, 2, 3\}$, dimana titik yang memuat $v_i = 0$ merupakan titik pusat dari subgraf pada SS_{n-1}^2 , sedangkan titik-titik v dimana $v_i \in \{1, 3\}$ untuk $i \neq 1$ terhubung dengan titik pusat utama.

Serupa dengan SS_{n-1}^1 dan SS_{n-1}^2 , nilai v_i untuk $i = 1$ pada SS_{n-1}^3 selalu bernilai 3, atau $v_1 = 3$ dan untuk $i \neq 1$ nilai $v_i \in \{0, 1, 2, 3\}$, dimana titik yang memuat $v_i = 0$ merupakan titik pusat dari subgraf pada SS_{n-1}^3 , sedangkan untuk titik v dimana $v_i \in \{1, 2\}$ untuk $i \neq 1$ terhubung dengan titik pusat utama.

3.2 Pewarnaan Total pada Graf Bintang Sierpinski

Pewarnaan total dari suatu graf G merupakan fungsi $\pi: V \cup E \rightarrow \mathbb{C}$ sedemikian sehingga tidak ada dua elemen adjacent (yaitu titik dengan titik, sisi dengan sisi, maupun titik dengan sisi yang insiden) yang mempunyai warna yang sama. Bilangan kromatik total dari graf G , yang dinotasikan dengan $\lambda_T(G)$, menunjukkan banyaknya warna minimum yang digunakan pada pewarnaan total graf G . Menurut Vizing [12], jika G adalah graf sederhana dengan derajat maksimum titik dari G adalah $\Delta(G)$ maka $\lambda_T(G) \leq \Delta(G) + 2$. Ada 2 tipe graf terkait dengan pewarnaan total yaitu graf tipe I dan graf tipe II. Graf G dikatakan graf tipe I jika jumlah minimal warna pada pewarnaan totalnya adalah $\Delta(G) + 1$ warna atau $\lambda_T(G) = \Delta(G) + 1$. Selanjutnya graf G dikatakan graf tipe II jika jumlah warna minimal pada pewarnaan totalnya adalah $\Delta(G) + 2$ atau $\lambda_T(G) = \Delta(G) + 2$.

Graf sikel C_n merupakan graf dengan $\Delta(C_n) = 2$ untuk setiap n . Graf sikel C_3 termasuk dalam graf tipe I karena $\lambda_T(C_3) = \Delta(C_3) + 1 = 3$. Sedangkan graf sikel C_4 merupakan graf tipe II karena $\lambda_T(C_4) = \Delta(C_4) + 2 = 4$.

Proposisi 3. Bilangan kromatik untuk pewarnaan total graf SS_n adalah 1 untuk $n = 1$ dan $3 \cdot 2^{n-2} + 1$ untuk $n \geq 2$.

Bukti : Untuk $n = 1$ hanya terdiri atas satu titik sehingga warna yang bisa diaplikasikan hanya ada 1 warna, untuk $n = 2$ graf SS_n identik dengan graf bintang dengan banyaknya titik dan sisi masing-masing adalah 4 dan 3. Karena terdapat satu titik berderajat 3 maka jumlah warna minimal yang bisa diaplikasikan adalah 4 yaitu sama dengan derajat maksimum titik ditambah 1, empat warna untuk titik dan 3 warna untuk sisi. Dengan cara yang sama, untuk $n \geq 3$, derajat maksimum titik dari graf SS_n adalah $3 \cdot 2^{n-2}$, sehingga graf SS_n dapat diwarnai dengan minimal $3 \cdot 2^{n-2} + 1$ warna. Jadi terbukti bahwa bilangan kromatik dari SS_n adalah 1 untuk $n = 1$ dan $3 \cdot 2^{n-2} + 1$ untuk $n \geq 2$. ■

Untuk lebih jelasnya berikut ini diberikan rumus pewarnaan total untuk graf Bintang Sierpinski. Untuk $n \geq 2$ diberikan fungsi $\pi: (V \cup E)(SS_n) \rightarrow \{0, 1, \dots, 3 \cdot 2^{n-2}\}$,

Untuk $n = 2$

Karena graf SS_2 merupakan graf bintang yang terdiri atas 1 titik berderajat 3 dan 3 titik berderajat 1 maka jumlah warna minimalnya adalah 4. Berikut ini rumus pewarnaan total untuk graf SS_2

$$\pi: (V \cup E)(SS_2) \rightarrow \{0, 1, 2, 3\},$$

$$V(SS_2) = \{\langle 0 \rangle, \langle 1 \rangle, \langle 2 \rangle, \langle 3 \rangle\} \text{ dan } E(SS_2) = \{\langle 0 \rangle \langle 1 \rangle, \langle 0 \rangle \langle 2 \rangle, \langle 0 \rangle \langle 3 \rangle\}$$

Pewarnaan titik :

$$\pi(\langle 0 \rangle) = 0$$

$$\pi(\langle 1 \rangle) = 1$$

$$\pi(\langle 2 \rangle) = 2$$

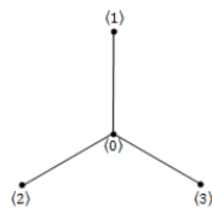
$$\pi(\langle 3 \rangle) = 3$$

Pewarnaan sisi:

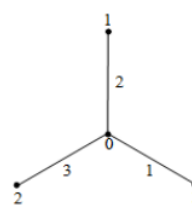
$$\pi(\langle 0 \rangle \langle 1 \rangle) = 2$$

$$\pi(\langle 0 \rangle \langle 2 \rangle) = 3$$

$$\pi(\langle 0 \rangle \langle 3 \rangle) = 1$$



Gambar 2a. Graf SS_2



Gambar 2b. Pewarnaan pada graf SS_2

Untuk $n = 3$,

Graf SS_3 terdiri atas tiga subgraf yang identik dengan SS_2 yaitu SS_2^1 , SS_2^2 , dan SS_2^3 . Pewarnaan titik dan sisi pada masing-masing subgraf sama dengan pewarnaan pada graf SS_2 . Untuk titik

pusat pada SS_3 diberi warna 0, sedangkan pewarnaan untuk sisi-sisi yang insiden dengan titik pusat diberi warna 1 sampai dengan 3. 2^{n-2} searah jarum jam dimulai dari sisi yang insident dengan titik dari subgraf SS_2^1 . Berikut adalah hasil pewarnaan pada graf SS_3 .

$$\pi: (V \cup E)(SS_3) \rightarrow \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\},$$

$$V(SS_3) = \{\langle 00 \rangle, \langle 10 \rangle, \langle 11 \rangle, \langle 12 \rangle, \langle 13 \rangle, \langle 20 \rangle, \langle 21 \rangle, \langle 22 \rangle, \langle 23 \rangle, \langle 30 \rangle, \langle 31 \rangle, \langle 32 \rangle, \langle 33 \rangle\}$$

$$\text{dan } E(SS_2) = \{\langle 10 \rangle \langle 11 \rangle, \langle 10 \rangle \langle 12 \rangle, \langle 10 \rangle \langle 13 \rangle, \langle 20 \rangle \langle 21 \rangle, \langle 20 \rangle \langle 22 \rangle, \langle 20 \rangle \langle 23 \rangle, \langle 30 \rangle \langle 31 \rangle, \langle 30 \rangle \langle 32 \rangle, \langle 30 \rangle \langle 33 \rangle, \langle 00 \rangle \langle 12 \rangle, \langle 00 \rangle \langle 13 \rangle, \langle 00 \rangle \langle 21 \rangle, \langle 00 \rangle \langle 23 \rangle, \langle 00 \rangle \langle 31 \rangle, \langle 00 \rangle \langle 32 \rangle\}$$

Pewarnaan titik :

$$\pi(\langle 00 \rangle) = 0 \quad \pi(\langle 11 \rangle) = 1 \quad \pi(\langle 12 \rangle) = 2 \quad \pi(\langle 13 \rangle) = 3$$

$$\pi(\langle 10 \rangle) = 0 \quad \pi(\langle 21 \rangle) = 1 \quad \pi(\langle 22 \rangle) = 2 \quad \pi(\langle 23 \rangle) = 3$$

$$\pi(\langle 20 \rangle) = 0 \quad \pi(\langle 31 \rangle) = 1 \quad \pi(\langle 32 \rangle) = 2 \quad \pi(\langle 33 \rangle) = 3$$

$$\pi(\langle 30 \rangle) = 0$$

Pewarnaan sisi:

$$\pi(\langle 10 \rangle \langle 11 \rangle) = 2 \quad \pi(\langle 00 \rangle \langle 12 \rangle) = 1$$

$$\pi(\langle 10 \rangle \langle 12 \rangle) = 3 \quad \pi(\langle 00 \rangle \langle 13 \rangle) = 2$$

$$\pi(\langle 10 \rangle \langle 13 \rangle) = 1 \quad \pi(\langle 00 \rangle \langle 31 \rangle) = 3$$

$$\pi(\langle 20 \rangle \langle 21 \rangle) = 2 \quad \pi(\langle 00 \rangle \langle 32 \rangle) = 4$$

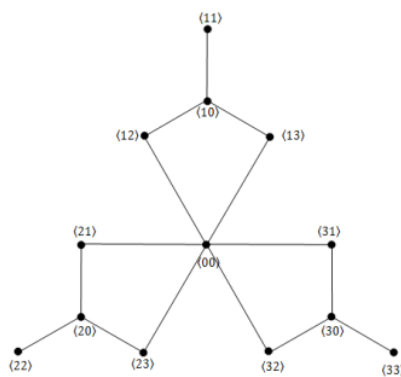
$$\pi(\langle 20 \rangle \langle 22 \rangle) = 3 \quad \pi(\langle 00 \rangle \langle 21 \rangle) = 5$$

$$\pi(\langle 20 \rangle \langle 23 \rangle) = 1 \quad \pi(\langle 00 \rangle \langle 23 \rangle) = 6$$

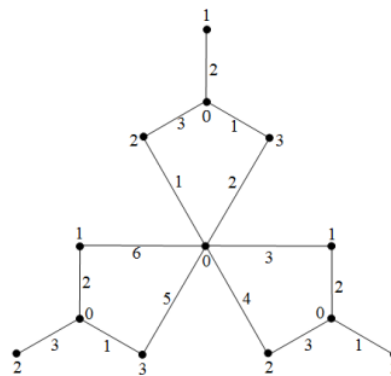
$$\pi(\langle 30 \rangle \langle 31 \rangle) = 2$$

$$\pi(\langle 30 \rangle \langle 32 \rangle) = 3$$

$$\pi(\langle 30 \rangle \langle 33 \rangle) = 1$$



Gambar 3a. Graf SS_3



Gambar 3b. Pewarnaan pada graf SS_3

Selanjutnya secara umum rumus pewarnaan total untuk SS_n untuk $n \geq 2$ adalah sebagai berikut:

$$\pi: (V \cup E)(SS_n) \rightarrow \{0, 1, \dots, 3 \cdot 2^{n-2}\}$$

Pewarnaan titik :

$$\pi(u_1 \dots u_{n-2} u_{n-1} u_n), \text{ dengan } u_i \in \{0, 1, 2, 3\}$$

Pewarnaan sisi :

untuk $u_i \neq 0$ untuk $i = 1, 2, \dots, n-2$, pewarnaan sisi dari graf SS_n adalah sebagai berikut.

$$\pi(u_1 \dots u_{n-2} 0)(u_1 \dots u_{n-2} 1) = 2,$$

$$\pi(u_1 \dots u_{n-2} 0)(u_1 \dots u_{n-2} 2) = 3,$$

$$\pi(u_1 \dots u_{n-2} 0)(u_1 \dots u_{n-2} 3) = 1,$$

untuk $u_i \neq 0$ untuk $i = 1, 2, \dots, n-3$, pewarnaan sisi dari graf SS_n adalah sebagai berikut.

$$\pi(u_1 \dots u_{n-3} 00)(u_1 \dots u_{n-3} 12) = 1,$$

$$\pi(u_1 \dots u_{n-3} 00)(u_1 \dots u_{n-3} 13) = 2,$$

$$\pi(u_1 \dots u_{n-3} 00)(u_1 \dots u_{n-3} 31) = 3,$$

$$\pi(u_1 \dots u_{n-3} 00)(u_1 \dots u_{n-3} 32) = 4,$$

$$\pi(u_1 \dots u_{n-3} 00)(u_1 \dots u_{n-3} 21) = 5,$$

$$\pi(u_1 \dots u_{n-3} 00)(u_1 \dots u_{n-3} 23) = 6,$$

Selanjutnya untuk suatu bilangan bulat positif $k \in \{1, 2, \dots, n-1\}$ dan $n \geq 3$, berlaku pewarnaan sisi sebagai berikut.

$$\pi(u_1 \dots u_{k-1} 0 \dots 0)(u_1 \dots u_{k-1} 13 \dots 32) = 1$$

$$\pi(u_1 \dots u_{k-1} 0 \dots 0)(u_1 \dots u_{k-1} 13 \dots 33) = 2$$

jika $u_k = 3$ dan $u_i \in \{1, 2\}$ untuk $i = k+1, k+2, \dots, n-1$, maka

$$\pi(u_1 \dots u_{k-1} 0 \dots 0)(u_1 \dots u_{k-1} 31 \dots 11) = 3$$

$$\pi(u_1 \dots u_{k-1} 0 \dots 0)(u_1 \dots u_{k-1} 31 \dots 12) = 4$$

$$\vdots$$

$$\pi(u_1 \dots u_{k-1} 0 \dots 0)(u_1 \dots u_{k-1} 32 \dots 22) = 2 + 2^{k-1}$$

jika $u_k = 2$ dan $u_i \in \{1, 3\}$ untuk $i = k+1, k+2, \dots, n-1$, maka

$$\pi(u_1 \dots u_{k-1} 0 \dots 0)(u_1 \dots u_{k-1} 23 \dots 33) = 2 + 2^{k-1} + 1$$

$$\pi(\langle \overset{1}{\text{---}}_{-k-1} 0 \dots 0 \rangle \langle \text{---}_{-k-1} 21 \dots 11 \rangle) = 2 + 2 \cdot 2^{k-1}$$

jika $u_k = 1$ dan $u_i \in \{2, 3\}$ untuk $i = k + 1, k + 2, \dots, n - 1$, maka

$$\pi(\langle \overset{1}{\text{---}}_{-k-1} 0 \dots 0 \rangle \langle \text{---}_{-k-1} 12 \dots 22 \rangle) = 2 + 2 \cdot 2^{k-1} + 1$$

$$\pi(\langle \overset{1}{\text{---}}_{-k-1} 0 \dots 0 \rangle \langle \text{---}_{-k-1} 13 \dots 23 \rangle) = 3 \cdot 2^{k-1}$$

untuk subgraf SS_n sama dengan pewarnaan graf SS_{n-1} , dan untuk sisi yang insiden dengan titik pusat diberi warna $1, 2, \dots, 3 \cdot 2^{n-2}$ berurutan searah jarum jam dimulai dari *dua sisi paling kanan* dari subgraf SS_{n-1}^1 yang insiden dengan titik pusat utama.

4 Simpulan

Berdasarkan pembahasan mengenai konstruksi dan pewarnaan total pada graf Bintang Sierpinski diperoleh kesimpulan bahwa graf Bintang Sierpinski merupakan graf yang serupa dengan dirinya atau *self similar*. Untuk bilangan kromatik pewarnaan total pada graf Bintang Sierpinski sama dengan derajat tertinggi titiknya ditambah satu. Titik yang mempunyai derajat tertinggi adalah titik pusat utama.

5 Daftar Pustaka

- [1] S. ⁴ [REDACTED], "Graphs $S(n, k)$ and a variant of the tower of Hanoi problem," *Czechoslov. [REDACTED]*, doi: 10.1023/A:1022444205860.
- [2] ¹⁴ [REDACTED], "Sierpiński Gasket Graphs and Some of Their Properties," [REDACTED] *Comb.*, vol. [REDACTED], pp. 181–192, 2006.
- [3] ²¹ [REDACTED], and [REDACTED], "Coloring the Square of Sierpiński Graphs," [REDACTED] *Comb.*, vol. [REDACTED], no. 5, pp. ¹² [REDACTED], 2015, [REDACTED].
- [4] ⁴ [REDACTED], "A survey and classification of Sierpiński-type graphs," *Discret. [REDACTED]*, ¹⁹ [REDACTED].
- [5] T. ²⁸ [REDACTED], "Constructions of universalized Sierpiński graphs based on labeling manipulations," [REDACTED], vol. 60, pp. 47–54, 2017.
- [6] S. Klavzar, "COLORING SIERPIN'SKI GRAPHS AND SIERPIN'SKI GASKET GRAPHS," ⁶ [REDACTED], no. 2, [REDACTED], 2008.

-
- [7] M. [redacted] S. [redacted], "Vertex-, edge-, and total-colorings of Sierpiński-like graphs," [redacted], 2009, [redacted] 11, [redacted] 2008.02.026.
- [8] [redacted] and [redacted], "Coloring Hanoi and Sierpinski graphs," [redacted] 27, 312, [redacted] 9, [redacted] 1521–1535, [redacted] 9, doi: [redacted] 08.019.
- [9] [redacted], "Total coloring of generalized sierpiński graphs," [redacted], vol. 63, no. 1, pp. 58–69, 2015. [redacted] 26
- [10] [redacted], "Packing coloring of Sierpiński-type graphs," [redacted], vol. 92, no. 6, pp. 1091–1118, 2018, doi: 10.1007/s00010-018-0561-8.
- [11] S. Khabibah, "PEWARNAAN PADA GRAF BINTANG SIERPINSKI," *J. Ilm. Mat. dan Pendidik. Mat.*, vol. 9, no. 1, pp. 37–44, 2017. [redacted] 22
- [12] [redacted], "On an estimate of the chromatic class of a p-graph," *Disk.* [redacted], vol. [redacted] [redacted].

Pewarnaan Total pada Graf Bintang Sierpinski

ORIGINALITY REPORT

13%

SIMILARITY INDEX

6%

INTERNET SOURCES

11%

PUBLICATIONS

4%

STUDENT PAPERS

PRIMARY SOURCES

1	Serkan Eryilmaz. "On Stress-Strength Reliability with a Time-Dependent Strength", Journal of Quality and Reliability Engineering, 2013 Publication	2%
2	Submitted to University of New South Wales Student Paper	2%
3	Submitted to Loughborough University Student Paper	1%
4	arxiv.org Internet Source	1%
5	Prem Singh, Himanshu Chaudhary. "Optimal design of the flywheel using nature inspired optimization algorithms", Open Agriculture, 2018 Publication	1%
6	vital.lib.tsu.ru Internet Source	1%
7	www.e3s-conferences.org Internet Source	<1%

8	S.K. Singh, A. Muhammad, I. Umaru, M.M. Usman, M.N. Abdulkareem, M.I. Abubakar, M.S Nur. "COMPUTATIONAL ANALYSIS OF BUTTERWORTH AND CHEBYSHEV-I FILTERS USING BILINEAR TRANSFORMATION", International Journal of Research - GRANTHAALAYAH, 2022 Publication	<1 %
9	amc-journal.eu Internet Source	<1 %
10	eprints.undip.ac.id Internet Source	<1 %
11	www.gregas.eu Internet Source	<1 %
12	Bing Xue, Liancui Zuo, Guojun Li. "Coloring the Square of Sierpiński Graphs", Graphs and Combinatorics, 2014 Publication	<1 %
13	Gopi Shah Goda, Damon Jones, Colleen Flaherty Manchester. "Retirement Plan Type and Employee Mobility", Journal of Human Resources, 2017 Publication	<1 %
14	journal.unnes.ac.id Internet Source	<1 %
15	matematika-racunalnistvo.fnm.uni-mb.si Internet Source	<1 %

16	news.unair.ac.id Internet Source	<1 %
17	sinta.unud.ac.id Internet Source	<1 %
18	www.ejge.com Internet Source	<1 %
19	Andreas M. Hinz, Sandi Klavžar, Sara Sabrina Zemljič. "A survey and classification of Sierpiński-type graphs", Discrete Applied Mathematics, 2017 Publication	<1 %
20	Submitted to Higher Education Commission Pakistan Student Paper	<1 %
21	Hinz, Andreas M., Sandi Klavžar, and Sara Sabrina Zemljič. "A survey and classification of Sierpiński-type graphs", Discrete Applied Mathematics, 2016. Publication	<1 %
22	Jeonghun Park, Namyoon Lee, Robert W. Heath. "Cooperative Base Station Coloring for Pair-Wise Multi-Cell Coordination", IEEE Transactions on Communications, 2016 Publication	<1 %
23	R.C.S. Machado, C.M.H. de Figueiredo. "Total chromatic number of unichord-free graphs",	<1 %

Discrete Applied Mathematics, 2011

Publication

24

pt.scribd.com

Internet Source

<1 %

25

repositorio.ufc.br

Internet Source

<1 %

26

sciendo.com

Internet Source

<1 %

27

Yi Qi, Zhongzhi Zhang. "Spectral properties of extended Sierpiński graphs and their applications", IEEE Transactions on Network Science and Engineering, 2018

Publication

<1 %

28

dblp.uni-trier.de

Internet Source

<1 %

Exclude quotes On

Exclude matches Off

Exclude bibliography On